"Annali online della Didattica e della Formazione Docente"
Vol. 14, n. 24/2022, pp. 83-98 – ISSN 2038-1034

Un videogioco per supportare discussioni di classe sul pensiero relazionale

Alice Lemmo, Cintia Scafa Urbaez Vilchez

Abstract – *Video games are becoming a topic of interest in mathematics education. However, research in this field does not seem to clearly highlight the role that the video game environment could play in supporting teachers in promoting teaching-learning processes. The aim of this paper is to investigate how an educational video game can support teachers during whole class discussions. In particular, the aim of our study is focused on the improvement of relational thinking, i.e. the use of properties of numbers and operations to manipulate equalities. Research in this domain shows that involving students in well-designed tasks is not sufficient; the role of teachers is central, especially in orchestrating discussions. Within an experimental project involving fourth-grade students and their teacher in primary school, we observed that the introduction of a videogame within teaching-learning process is an important resource for the teacher; in particular, to anticipate and monitor the processes set up by students playing the game and to use them during a class discussion.*

Riassunto – *I videogiochi stanno diventando un argomento di interesse nell'ambito dell'educazione matematica. Tuttavia, la ricerca in questo campo non sembra evidenziare chiaramente il ruolo che l'ambiente del videogioco potrebbe avere nel supportare i docenti nella promozione dei processi di insegnamento-apprendimento. L'obiettivo di questo lavoro è analizzare come un videogioco educativo possa supportare un insegnante durante discussioni di classe. In particolare, l'oggetto del nostro studio è lo sviluppo del pensiero relazionale, cioè l'utilizzare delle proprietà dei numeri e delle operazioni per manipolare uguaglianze. La ricerca in questo campo mostra che coinvolgere gli studenti in compiti ben progettati non è sufficiente, il ruolo degli insegnanti è centrale soprattutto nell'orchestrare discussioni. All'interno di un percorso sperimentale che ha coinvolto classi quarte della scuola primaria, abbiamo osservato che l'introduzione di un videogioco all'interno del processo di insegnamento-apprendimento della matematica sia una risorsa importante per il docente; in particolare, per anticipare e monitorare i processi messi in campo dagli studenti nel gioco ed utilizzarli durante una discussione di classe.*

Keywords – educational video games, relational thinking, scaffolding

Parole chiave – videogiochi educativi, pensiero relazionale, scaffolding

Alice Lemmo, Ph.D., è Docente di ruolo di matematica e scienze nella scuola secondaria di I grado, in aspettativa, e Ricercatrice in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Ingegneria e Scienze dell'Informazione e Matematica dell'Università dell'Aquila e docente dei corsi di Fondamenti e Didattica della Matematica al corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria. I suoi interessi di ricerca riguardano principalmente la valutazione, in particolare, costruzione, analisi e gestione dei processi valutativi. Dal 2013 svolge periodicamente formazione insegnanti in servizio a tutti i livelli scolastici. Tra le sue pubblicazioni: *A tool for comparing mathematics tasks from paper-based and digital environments* (in "International Journal of Science and Mathematics Education" 19(8), 2021, pp. 1655-1675) e *High School Students' Use of Digital General Resources during Lockdown* (in coll. con A. Maffia, in "European Journal of Science and Mathematics Education", 10(1), 2022, pp. 139-153).

Cintia Scafa Urbaez ha conseguito la Laurea magistrale in Informatica e attualmente è Dottoranda in Matematica e Modelli presso l'Università degli Studi dell'Aquila. I suoi interessi di ricerca riguardano il pensiero relazionale e ciò che concerne lo sviluppo della prealgebra nella scuola primaria e l'uso dei videogiochi educativi per avviare

processi scaffolding nelle pratiche d'aula. Tra le sue pubblicazioni: A videogame as a tool to orchestrate productive mathematical discussions (in coll. con A. Lemmo, in U.T. Jankvist, R. Elicer, A. Clark-Wilson, H.-G. Weigand, M. Thomsen (Eds.), *Proceedings of the 15th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 15)*, Copenhagen (Denmark), September 13-16, 2021, Aarhus University, 2022, pp. 205-2012) e A videogame for supporting teachers' scaffolding in whole-class discussions (in coll. con A. Lemmo, in J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)*. Bozen-Bolzano (Italy), ERME / Free University of Bozen-Bolzano, 2022).

1. Introduzione

Negli ultimi anni, l'uso diffuso dei giochi digitali per l'apprendimento ha aperto nuove frontiere per la ricerca in campo educativo; d'altro canto, diversi autori, come ad esempio Connolly, Boyle, Hainey, McArthur and Boyle (2012), mostrano che questo interesse è spesso speculativo e mancano prove empiriche sull'efficacia di tali videogiochi. Per quanto riguarda l'educazione matematica, diverse ricerche mostrano il potenziale, le promesse e le insidie dei videogiochi per l'apprendimento della matematica, misurando, monitorando e analizzando lo sviluppo del *sense-making* degli studenti mentre sono coinvolti nell'uso delle tecnologie in ambito ludico, sia dento che fuori la scuola (Lowrie & Jorgensen, 2005).

I videogames possono anche essere classificati secondo il loro genere, per esempio avventura, azione, puzzle, platform, simulazione e così via; anche se spesso potrebbe non essere semplice e immediato fare classificazioni nette in quanto un videogioco potrebbe appartenere a più di un genere contemporaneamente. Possiamo però suddividere i videogiochi in due categorie in base al loro scopo: videogiochi di intrattenimento e videogiochi per l'apprendimento. È chiaro che entrambe le categorei permettono di sviluppare apprendimenti di varia natura ma, mentre i primi sono pensati con l'obiettivo di intrattenere e divertire il giocatore, i secondi sono costruiti con lo scopo preciso di far raggiungere al giocatore conoscenze, competenze e/o abilità specifiche scelte dal programmatore.

Per quanto riguarda la seconda categoria, in letteratura esistono due ulteriori sotto-categorie per descrivere i videogiochi in base ai loro obiettivi:

– gli educational videogames hanno prettamente scopi didattici e non ludici; essi implicano strategia, verifica di ipotesi e problem solving. Inoltre, prevedono generalmente un sistema di ricompense, di regole ed obiettivi, costruiti allo scopo di motivare il giocatore e spunti interattivi che spronano l'apprendimento e forniscono feedback;

– gli edutainment, invece, consistono in una la fusione tra Educational (educativo) ed Entertainment (diveretimento). In questo caso, il vidogioco ha esplicitamente l'obiettivo di intrattenere e divertire il giocatore, oltre allo scopo educativo generale.

Le categorie dei videogiochi per l'apprendimento possono essere costruite anche in base alla tipologia di giochi che presentano; ad esempio, i skill&drill, consistono nella ripetizione sistematica di concetti, esempi, e problemi pratici. Si tratta di esercizio disciplinato e ripetitivo, usato come strumento per insegnare e perfezionare un'abilità o una procedura.

Quelli ripostati in precedenza sono solo alcune delle tante definizioni che si possono trovare di videogiochi che sono progettati con lo scopo dell'apprendimento. Per gli scopi del nostro lavoro, scegliamo di prendere in considerazione una definizione più generale fornita da Perrotta e colleghi (2013) che non rigurada il videogico in sé e/o lo scopo per cui esso sia stato programmato ma l'ambiente di apprendimento che l'utilizzo del videogioco permette di costruire in un contesto di insegnamento apprendimento. Gli autori descrivono il *game-based learning* (GBL) come "[…] l'uso dei videogiochi per supportare il processo di insegnamento e apprendimento". In quest'ottica, un GBL consiste in una situazione o attività che prevede l'uso dei videogiochi e supporta gli insegnanti nel processo di insegnamento-apprendimento per raggiungere obiettivi specifici. Tuttavia, è importante identificare un'area specifica su cui lavorare sia dal punto di vista didattico sia matematico.

In questo studio, siamo interessate ad esplorare il ruolo di un GBL nel supportare lo scaffolding dell'insegnante durante le discussioni di classe relative allo sviluppo del pensiero relazionale in aritmetica.

2. Quadro teorico

Per raggiungere il nostro obiettivo, è necessario chiarire che cosa intendiamo con pensiero relazionale, quali strategie si possono utilizzare per promuovere delle discussioni efficaci in classe e quali tipologie di scaffolding gli insegnanti potrebbero attuare durante tali discussioni.

2.1 Pensiero relazionale e scaffolding

Carpenter, Franke e Levi (2003) descrivono il pensiero relazionale come la capacità di esaminare due o più idee o oggetti matematici, cercando connessioni tra di essi ed analizzando o utilizzando tali relazioni per risolvere un problema, decidere o comprendere meglio la situazione o i concetti coinvolti. Carpenter, Levi, Franke e Zeringue (2005, p. 54) definiscono il pensiero relazionale come "guardare alle espressioni e alle equazioni nella loro interezza piuttosto che come un processo da svolgere passo dopo passo". In altre parole, il pensiero relazionale riguarda le proprietà fondamentali dei numeri e delle operazioni per manipolare le espressioni numeriche piuttosto che eseguire sequenze di procedure per raggiungere un risultato.

Carpenter e colleghi (2003; 2005) hanno più volte sottolineato l'importanza del ruolo degli insegnanti nel progettare contesti adeguati di insegnamento e apprendimento dell'aritmetica. Gli autori suggeriscono di coinvolgere gli studenti nella soluzione e nella successiva discussione di compiti specifici; in particolare, la discriminazione tra proposizioni vere o false e il completamento di espressioni con termini mancanti potrebbero fornire un valido contesto per rappresentare le relazioni tra numeri e tra operazioni.

Ad esempio, per identificare se la proposizione $7 \times 3 = 14 + 7$, lo studente potrebbe riflettere sul fatto che l'espressione 7×3 corrisponde a $7 + 7 + 7$ esattamente come $14 + 7$ senza la necessità di svolgere calcoli, utilizzando quindi la definizione di moltiplicazione nei numeri naturali come addizione ripetuta. Allo stesso modo, per indentificare il numero mancante nell'espressione $123 + \cdots = 130 + 25$, lo studente potrebbe riconoscere che la differenza tra 123 e 130 è di 7 e quindi al posto dei puntini è necessario inserire un numero che sia maggiore di 25 di 7, dunque 32.

Tuttavia, coinvolgere gli studenti in compiti ben progettati non è sufficiente (si veda ad esempio Lampert, 2001); uno degli obiettivi della ricerca sul pensiero relazionale consiste nell'aiutare gli insegnanti a favorirne lo sviluppo e l'utilizzo per l'apprendimento dell'aritmetica. Pertanto, il ruolo dell'insegnante è cruciale e potrebbe essere definito come *scaffolding*, ovvero il "[...] supporto fornito da un insegnante a uno studente durante l'esecuzione di un compito che altrimenti lo studente non sarebbe in grado di portare a termine" (Van de Pol, Volman & Beishuizen, 2010, p. 274).

Carpenter et al. (2003; 2005) sottolineano l'importanza dello scaffolding da parte del docente nello stimolare il pensiero relazionale, ma non definiscono mai esplicitamente o chiaramente il ruolo degli insegnanti e le modalità con cui potrebbero sostenere ed accompagnare gli studenti verso questo obiettivo. Tuttavia, nella maggior parte dei loro articoli gli autori presentano esempi di interviste agli studenti e trascrizioni di discussioni con i loro insegnanti. Tali esempi ci permettono di identificare alcune strategie che gli insegnanti potrebbero utilizzare per supportare gli studenti, come ad esempio:

(1) scegliere un compito adatto da somministrare e successivamente discuterlo con gli studenti;

(2) invitare gli studenti, selezionati in base alle risposte fornite, a intervenire durante la discussione;

(3) inventare o introdurre nuovi compiti per chiarire o condividere le idee matematiche emergenti;

(4) incoraggiare gli studenti a inventare in autonomia nuovi compiti per chiarire o condividere le idee matematiche emergenti.

In questo scenario, un ambiente GBL potrebbe offrire diverse opportunità di scaffolding; ad esempio, potrebbe presentare un gran numero di compiti in linea con quelli proposti da Carpenter e colleghi (2003) (1). Questo ampio repertorio di compiti potrebbe anche consentire a insegnanti (3) e studenti (4) di inventare nuovi esempi di compiti simili basandosi sul ragionamento per analogia. Infine, i file di log raccolti dall'ambiente digitale (cioè le informazioni elaborate dal sistema come: tempo di gioco, numero di esercizi svolti, punteggi totalizzati, risposte fornite, eccetera) potrebbero consentire agli insegnanti di selezionare gli studenti per la discussione in base ai loro risultati nel gioco e alle risposte fornite (2).

2.2 Progettare discussioni matematiche efficaci

Individuate le strategie di scaffolding emerse nei lavori di Carpenter e colleghi, è necessario ora chiarire quali strategie possono essere attivate per sviluppare una discussione matematica efficace in classe.

Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) hanno progettato un modello pedagogico di cinque processi per agevolare la preparazione di discussioni di classe. Gli autori hanno costruito questo modello basandosi sull'ipotesi che gli insegnanti debbano eseguire una serie di processi per prepararsi alle discussioni e per imparare gradualmente a diventare migliori facilitatori di discussione nel corso del tempo (Stein et al., 2008). I seguenti cinque processi consentono all'insegnante di utilizzare le risposte degli studenti a una serie di compiti in modo più efficace nelle discussioni:

– anticipare le probabili risposte degli studenti a compiti matematici cognitivamente impegnativi,

– monitorare le risposte degli studenti ai compiti durante la fase di esplorazione,

– selezionare particolari studenti per presentare le loro risposte matematiche durante la fase di discussione e sintesi,

– mettere in sequenza in modo mirato le risposte degli studenti che verranno mostrate,

– aiutare la classe a fare collegamenti matematici tra le risposte dei diversi studenti e tra le risposte degli studenti e le idee chiave.

I cinque processi appena descritti vengono chiamati dagli autori con il termine "practices"; una traduzione letterale nella lingua italiana del termine potrebbe essere: pratiche, prassi, procedure. Abbiamo scelto di utilizzare la parola più generica processi per mettere in risalto che la loro attivazione richiede da parte del docente competenze specifiche che la parola pratiche potrebbe rischiare di sminuire.

Gli autori ritengono che ciascuno di questi processi "attinga ai frutti delle pratiche [processi] che l'hanno preceduta" (Stein et al., 2008, p. 321); insieme, questi processi contribuiscono a rendere maggiormente accessibile la discussione e permettondo agli insegnanti di utilizzare le risposte degli studenti per far progredire la comprensione matematica della classe nel suo complesso. Di seguito le discutiamo nel dettaglio.

Il primo processo consiste nel cercare di immaginare come gli studenti potrebbero affrontare dal punto di vista matematico i compiti che saranno loro proposti. Anticipare le risposte degli studenti significa "sviluppare anticipazioni su come gli studenti potrebbero interpretare matematicamente un problema, sulla gamma di strategie - sia corrette che scorrette - che potrebbero usare per affrontarlo e su come queste strategie e interpretazioni potrebbero essere collegate ai concetti, alle rappresentazioni, alle procedure e alle pratiche matematiche che l'insegnante vorrebbe che i suoi studenti imparassero" (Stein et al, 2008, pp. 322-323).

Nell'attivare questo processo, gli autori suggeriscono agli insegnanti di attingere sia alla loro conoscenza delle competenze e delle comprensioni matematiche di particolari studenti, sia alla loro conoscenza della letteratura di ricerca sulle risposte tipiche degli studenti a compiti uguali o simili. Per questo motivo, lo studio di Carpenter e colleghi sembra essere adatto a questo processo (si veda, ad esempio, Carpenter, Franke & Levi, 2003): essi presentano molti esempi che illustrano attività di insegnamento e apprendimento incentrate su compiti, studenti e insegnanti.

Monitorare le risposte degli studenti significa prestare attenzione al ragionamento matematico che gli studenti attivano mentre lavorano sui compiti. Questo processo viene comunemente eseguito camminando tra i banchi mentre gli studenti lavorano. L'obiettivo è identificare il potenziale di apprendimento matematico di particolari strategie o rappresentazioni utilizzate dagli studenti. In sintonia con questo obiettivo, le osservazioni e le procedure di riflessione ad alta voce offrono l'opportunità di raccogliere conoscenze sul pensiero e sui modi di risolvere i compiti degli studenti, e queste opportunità possono essere potenziate attraverso la tecnologia.

In letteratura, viene spesso enfatizzato l'uso del computer per seguire e registrare il lavoro degli studenti, per esempio, sono disponibili software che registrano l'audio e lo schermo o producono dei log file (che consistono in un elenco di eventi/attività svolti o risultati ottenuti dagli studenti). Per l'insegnante, tuttavia, osservare le registrazioni degli studenti potrebbe richiedere molto tempo, mentre l'analisi dei file di log (o l'osservazione dell'analisi prodotta dal software) potrebbe essere un buon compromesso per arricchire il processo di monitoraggio (Van den Heuvel-Panhuizen, Kolovou & Peltenburg, 2011).

Nei processi di selezione e sequenziamento, gli insegnanti possono selezionare e poi mettere in sequenza non solo le risposte ma anche determinati studenti affinché condividano il loro lavoro con il resto della classe. Un modo tipico per selezionare le risposte degli studenti potrebbe essere quello di rivolgersi a studenti specifici (o a gruppi di studenti) o di chiedere a volontari di condividere con la classe. Una selezione mirata degli studenti rende più probabile che le idee matematiche vengano discusse dalla classe. Inoltre, un'attenta selezione degli studenti per la presentazione delle strategie può consentire di illustrare, evidenziare e poi generalizzare le idee.

Dopo aver selezionato le risposte di determinati studenti, gli insegnanti possono decidere come mettere in sequenza le presentazioni degli studenti tra loro. Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) presentano alcuni esempi per cui gli insegnanti potrebbero:

- selezionare la strategia utilizzata dalla maggior parte degli studenti e poi quelle utilizzate da alcuni di loro;
- iniziare con una strategia particolarmente facile da capire;
- iniziare con strategie che si basano su idee sbagliate o errori comuni;
- mettere in relazione o contrapporre strategie corrette o errate.

L'obiettivo principale di questi due processi è quello di indurre gli insegnanti a presentare in una particolare sequenza le risposte per rendere la discussione matematicamente più coerente e prevedibile.

Un software ben progettato potrebbe consentire agli studenti di caricare le loro risposte e di inviarle immediatamente all'insegnante. Gli insegnanti possono leggere tempestivamente le risposte degli studenti, selezionarne e raggrupparne alcune per condividerle e analizzarle durante la discussione (si veda ad esempio il progetto FaSMEd; Aldon, Cusi, Morselli, Panero & Sabena, 2015). In questo modo, gli insegnanti potrebbero promuovere il confronto tra le diverse soluzioni selezionate.

Infine, gli insegnanti possono aiutare gli studenti a stabilire connessioni tra le idee matematiche emergenti che sono alla base delle strategie e delle rappresentazioni che utilizzano. Stein, Engle, Smith e Hughes (2008) sottolineano che le discussioni matematiche consistono in presentazioni separate di diversi modi di risolvere un particolare problema: l'obiettivo principale è far sì che le presentazioni degli studenti si basino l'una sull'altra per sviluppare potenti idee matematiche.

3. Metodologia

Per capire se e come l'apprendimento basato sull'uso di un videogioco possa aiutare gli insegnanti a organizzare attività sul pensiero relazionale, abbiamo strutturato una sperimentazione sul campo come segue.

1. Abbiamo pianificato una formazione per gli insegnanti incentrata su come utilizzare il videogioco, sul pensiero relazionale e sul ruolo dell'insegnante durante le discussioni in classe. Inoltre, abbiamo fornito all'insegnante alcune linee guida teoriche e metodologiche.
2. Abbiamo progettato gli item del videogioco in modo che fossero equivalenti a quelli proposti da Carpenter e colleghi (2005).
3. Abbiamo fornito all'insegnante dei fogli di lavoro, in cui viene chiesto agli studenti di esplicitare i processi di soluzione, che non sono visibili dai log file del videogioco. Inoltre, abbiamo messo a disposizione del docente un'interfaccia web in cui venivano riportati i punteggi, il tempo di accesso e di gioco e altre informazioni utili.
4. Abbiamo chiesto all'insegnante di presentare il videogioco e i fogli di lavoro ai propri studenti e di organizzare una discussione in classe.
5. Infine, abbiamo intervistato l'insegnante.

3.1 Il videogioco Matematica superpiatta

"Matematica Superpiatta"[1] è un videogioco sviluppato dal Prof. Leonardo Guidoni, del Dipartimento di Scienze Fisiche e Chimiche dell'Università dell'Aquila. In particolre possiamo categorizzarlo tra i videogiochi per l'apprendimento della categoria skill&drill. Matematica Superpiatta consiste in un videogioco sandbox, sviluppato a partire dalla versione gratuita e open-source di Minetest[2], che permette a studenti della scuola primaria e secondaria di primo grado di esplorare un mondo tridimensionale a blocchi come quello di Mindcraft[3]. Il videogioco è suddiviso in attività matematiche, che sono composte da diversi "minigiochi", ovvero brevi puzzle a livelli crescenti di difficoltà. Nel corso della sperimentazione abbiamo chiesto agli studenti di svolgere due attività: "Parkour" e "Piscine".

La prima attività è stata Parkour (Fig. 1), essa consiste in un percorso in salita che prevede ostacoli da saltare e buchi in cui è possibile cadere. All'interno del percorso lo studente incontra espressioni numeriche con due possibili soluzioni. Finché il giocatore non individua una risposta corretta, non può avanzare nel percorso. In caso di risposta errata, l'espressione cambia mantenendo un'equivalenza dal punto di vista matematico rispetto all'espressione precedente. Ad esempio, se nella prima espressione è previsto l'uso della proprietà associativa per determinare la risposta corretta e i numeri presentati sono minori di 30, allora nell'espressione successiva viene proposta un'uguaglianza in cui è previsto l'uso della proprietà associativa e i numeri presentati sono minori di 30. In figura 1 è presentata un'espressione in cui è necessario trovare la

[1] https://www.matematicasuperpiatta.it/
[2] https://www.minetest.net/
[3] https://www.minecraft.net/en-us

differenza tra due numeri con la stessa cifra al posto delle decine, un'espressione equivalente consiste nella proposta di una sottrazione che coinvolge numeri con la stessa cifra nella posizione delle decine.

La prima metà dei minigiochi Parkour presenta espressioni numeriche in cui gli studenti devono trovare la soluzione corretta, mentre la seconda metà contiene un'equivalenza tra due espressioni.

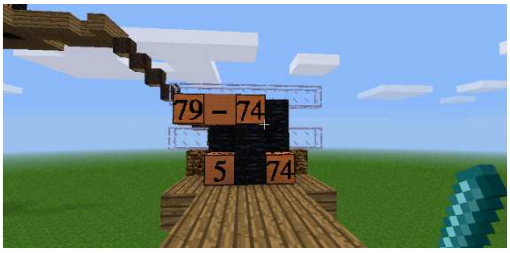

Figura 1 – Immagine tratta da un minigioco dell'attività Parkour

I minigiochi di Piscine (Fig. 2) consistono in una piscina piena di numeri a blocchi da 0 a 100 da utilizzare per completare un'espressione numerica incompleta. La prima metà dei minigiochi dell'attività Piscine contiene un'espressione numerica incompleta che presenta due operazioni e un numero mancante, mentre la seconda metà presenta espressioni con parentesi e due o più operazioni diverse.

Nell'esempio in Figura 2, l'espressione $51 + 76 = 51 + \cdots$ è incompleta, lo studente deve identificare il numero mancante (76) nella piscina, metterlo nel proprio inventario e posizionarlo nello spazio vuoto all'interno dell'espressione. Dietro all'espressione, compare nel cielo il punteggio totale ottenuto dal giocatore.

Figura 2 – Immagine tratta da un minigioco dell'attività Piscine

In entrambi i minigiochi, le espressioni non sono generate in modo randomico dal sistema sa sono selezionate in modo casuale da un insieme di espressioni predeterminate dagli sviluppatori che coinvolgono tutte e quattro le operazioni e tutte le loro proprietà (ad esempio, nel caso dell'addizione: commutativa e associativa).

Un ulteriore aspetto di Matematica Superpiatta è il messaggio dato ai giocatori sulla correttezza delle loro risposte. Se la risposta è corretta, i giocatori guadagnano punti che possono essere convertiti in premi.

Oltre al videogioco, è stata sviluppata un'interfaccia web, chiamata "CLARAS" (CLAssroom Report And Supervision), che consente agli insegnanti di monitorare i risultati degli studenti e di raccogliere informazioni utili sull'accesso e sul tempo di gioco, sui punteggi, sul numero di risposte corrette, sul numero e sul tipo di risposte sbagliate, sul numero di tentativi e così via. Questa interfaccia aiuta insegnanti e ricercatori ad identificare le risposte sbagliate degli studenti e le soluzioni ai compiti assegnati (Fig. 3).

ID	Last access	Task 1: a+b+c=...	Task 2: a+b+...=c	Task 3: a+b=...+c	Task 4: a+...=b+c
S.1	02 Mar 2021 10:05	2/3 66% Score: 60 Detail	1/1 100% Score: 30 Detail	1/1 100% Score: 30 Detail	1/1 100% Score: 30 Detail
S.2	02 Mar 2021 10:41	1/6 16% Score: 30 Detail	1/1 100% Score: 30 Detail	–	–

Figura 3 – Immagine dall'interfaccia web del docente

Questo software permette di sapere quali e quanti compiti hanno risolto gli studenti, di scoprire le risposte corrette e sbagliate e il numero di tentativi. Nella Figura 3, vediamo che lo studente S.1 ha svolto il compito 1 tre volte, due volte fornendo una risposta corretta e una volta fornendo una risposta errata; per lo stesso compito, lo studente S.2 ha fatto sei tentativi con una sola risposta corretta. L'interfaccia web permette anche di avere un elenco dettagliato di tutte le risposte date dagli studenti indicando anche i tempi impiegati per fornire le risposte.

Queste informazioni potrebbero essere utili per le strategie di anticipazione e monitoraggio. I compiti di Matematica Superpiatta sono presentati con livelli di difficoltà crescenti, si può accedere ad un minigioco solo dopo aver risolto il precedente. In questo modo, i primi minigiochi potrebbero essere utili per il processo di anticipazione e gli ultimi per la strategia di monitoraggio. Tuttavia, i dati raccolti non mettono in evidenza il pensiero matematico che gli studenti attivano mentre lavorano sui compiti. Da un lato, l'interfaccia web restituisce un'istantanea aggiornata delle prestazioni degli studenti, il livello del minigioco a cui sono arrivati, i tentativi che hanno fatto, le risposte fornite e i tempi impiegati; dall'altro, però, essa non fornisce informazioni sui loro processi matematici.

3.2 I fogli di lavoro

Secondo Carpenter, Franke e Levi (2003), il modo più semplice per avviare una discussione in classe sul pensiero relazionale è assegnare agli studenti espressioni numeriche Vere o False oppure incomplete. Per questa sperimentazione abbiamo strutturato due fogli di lavoro che compensassero le informazioni non raccolte dall'interfaccia web. Le espressioni presentate nelle schede sono incentrate su specifiche proprietà dei numeri e su modi di pensare alle operazioni numeriche: la prima composta da 17 espressioni numeriche vero/falso, mentre la seconda da 13 espressioni numeriche incomplete. Abbiamo chiesto agli studenti di giustificare le loro risposte per ogni compito, in modo che l'insegnante potesse capire il processo svolto per risolverlo.

I compiti vero/falso riguardano tre argomenti principali: la concezione del segno uguale, le proprietà dell'addizione dei numeri naturali e le proprietà della moltiplicazione dei numeri naturali (Tabella 1). I quesiti proposti nel foglio di lavoro sono stati costruiti mantenendo un'equivalenza con le espressioni numeriche presentate nei minigiochi di Parkour.

concezione del segno uguale	Proprietà dell'addizione	Proprietà della moltiplicazione
1. $3+5=8$ 2. $8=3+5$ 3. $3+5=3+5$ 4. $8=8$ 5. $4\times 2=0+8$ 6. $9+5=14+5$ 7. $8\times 2+5=8\times 2=16+5=21$	8. $3+5=5+3$ 9. $10+2+8=10+10$ 10. $3+5=2+1+5$ 11. $20+7+33=37+40$	12. $8\times 6=8\times 5+1$ 13. $10\times 2=8\times 2\times 2$ 14. $15\times 2=3\times 10$ 15. $6\times 5+6\times 3=6\times(5+2)$ 16. $3\times 11+7\times 3=18\times 3$ 17. $7+14=7\times 4$

Tabella 1 – Espressioni Vero/Falso del primo foglio di lavoro

Le espressioni numeriche incomplete riguardano tre argomenti principali: proprietà dell'addizione/sottrazione dei numeri naturali, proprietà della moltiplicazione dei numeri naturali ed espressioni più complesse con le quattro operazioni (Tabella 2). I quesiti proposti nel foglio di lavoro sono stati costruiti mantenendo un'equivalenza con le espressioni numeriche presentate nei minigiochi di Piscine.

proprietà dell'addizione/sottrazione	proprietà della moltiplicazione	espressioni più complesse con le quattro operazioni
1. $25 + 16 = 25 + \cdots$ 2. $25 + 32 = 27 + \cdots$ 3. $\ldots + 60 = 57 + 83$ 4. $30 - 25 = 20 - \cdots$	5. $7 \times 3 = \cdots + 7$ 6. $8 \times 3 + 8 = 8 \times \ldots$ 7. $2 \times 3 \times \ldots = 6 \times 5$ 8. $2 \times \ldots \times 7 = 14 \times 5$ 9. $25 + 20 = 5 \times \ldots$	10. $32 + (20 - 7) = 32 + \cdots$ 11. $25 + 75 = 25 + (30 + \cdots)$ 12. $(\ldots + \cdots) - 17 = 28 - 15$ 13. $25 + \cdots = 25 + 36:3$

Tabella 2 – Espressioni numeriche incomplete del secondo foglio di lavoro

I quesiti di entrambi i fogli di lavoro sono stati scelti con un livello di difficoltà molto basso per la classe in cui sono stati somministrati. La scelta è stata fatta per limitare difficoltà algoritmiche o di calcolo nella determinazione della risposta corretta e agevolare gli aspetti argomentativi. Quesiti più complessi avrebbero potuto generare difficoltà nella determinazione della risposta, bloccando quindi il processo argomentativo o esplicativo della strategia scelta.

3.2 La formazione docenti

Abbiamo strutturato la formazione dell'insegnante in tre incontri. Nel primo abbiamo chiesto all'insegnante di giocare a Matematica Superpiatta, per familiarizzare con l'ambiente di gioco, le istruzioni e il tipo di compiti proposti. Nel secondo incontro abbiamo presentato alcuni esempi di attività atte a sviluppare il pensiero relazionale, tratte dal testo di Carpenter e colleghi (2003). Infine, nel terzo incontro le abbiamo mostrato CLARAS e le sue caratteristiche principali. Abbiamo anche fornito all'insegnante delle linee guida, in cui erano riassunti gli argomenti fondamentali di ogni incontro.

3.3 Il campione di studenti

Il campione è una classe quinta di una scuola primaria della città dell'Aquila, in Abruzzo. La classe è composta da 22 studenti, 14 maschi e 8 femmine. La discussione in classe è stata orchestrata dall'insegnante di matematica e scienze.

Per prima cosa, l'insegnante ha lasciato giocare gli studenti per circa 2 ore, ogni studente ha giocato in autonomia avendo a disposizione un pc personale. Successivamente, la docente ha assegnato loro i fogli di lavoro da risolvere in piccoli gruppi (composti da tre studenti) e infine ha organizzato una discussione con l'intera classe.

Abbiamo chiesto all'insegnante di osservare gli studenti giocare, raccogliere e leggere tutti i fogli di lavoro e, infine, registrare la discussione.

4. Discussione dei Risultati

L'insegnante ha condotto diverse discussioni in classe che hanno coinvolto tutti gli argomenti proposti nei fogli di lavoro. In questa sezione ci concentriamo sulla descrizione e sull'analisi della discussione in classe sulla concezione del segno uguale. La discussione è durata 1 ora e 23 minuti e quasi tutti gli studenti presenti sono intervenuti.

Per progettare la discussione, la docente ha fatto riferimento ai suggerimenti forniti da Stein e colleghi (2008). L'ambiente GBL è stato utile per implementare i processi di monitoraggio e anticipazione. In queste fasi preliminari, è fondamentale raccogliere i processi attivati dagli studenti. Le informazioni fornite dall'interfaccia web non sono sufficienti a tale scopo; per questo motivo, camminare tra i banchi mentre gli studenti lavoravano è stata la strategia migliore per monitorarli, ma lo snapshot dell'interfaccia web è stato molto utile per selezionare rapidamente gli studenti da osservare senza camminare a caso per l'aula.

Di seguito riportiamo e descriviamo alcune trascrizioni della discussione. Abbiamo selezionato quelle che evidenziano il ruolo chiave dello scaffolding dell'insegnante. In particolare:

– Il primo esempio mostra come l'insegnante seleziona alcuni dei 7 compiti relativi alla concezione del segno uguale per aprire la discussione,

– il secondo descrive la situazione in cui chiama alcuni studenti a intervenire nella discussione in base alle risposte date nei fogli di lavoro,

– l'ultimo presenta un momento in cui la docente introduce nuovi compiti per chiarire le idee matematiche emergenti nel corso della discussione.

Nel primo esempio, mostriamo un estratto in cui l'insegnante seleziona efficacemente solo alcuni compiti dal foglio di lavoro nel seguente ordine: 3+5=8; 8=3+5; 8=8 rispettivamente i compiti 1, 2 e 4 del foglio di lavoro 1. La docente inizia sottolineando la differenza tra le prime due espressioni.

Insegnante: Studente A, come lo leggi [riferito a 8=3+5]?

Studente A: Otto è uguale a tre più cinque.

Insegnante: Ok, studente A. E come leggi il primo [riferito a 3+5=8]?

Studente A: Tre più cinque è uguale a otto.

Studente B: Sono stati cambiati [riferito ai numeri].

Insegnante: Cosa è stato cambiato?

Studente B: I risultati... Perché nel primo era al primo posto, nel secondo all'ultimo.

Insegnante: Siete d'accordo? Siamo tutti d'accordo, pensate tutti che tra le due [riferite a 8=3+5 e 3+5=8] i risultati siano cambiati?

Studente C: Per me è più facile scomporre la seconda [riferita a 3+5=8], 8 in 3+5 e 3+5 è uguale a tre più 5 perché sappiamo che si può mettere il segno di uguale quando sia la prima che la seconda parte danno lo stesso risultato, quindi è come se 3+5 fosse uguale a 8...

La discussione prosegue, e all'improvviso l'insegnante chiede ad alcuni studenti se hanno già incontrato espressioni della forma 8=3+5 e se le considerano equivalenti a 5+3=8. Quindi incoraggia la classe a inventare nuove uguaglianze equivalenti a 5+3=8 e 8=3+5. In questo caso, quasi tutti gli studenti rispondono autonomamente con esempi diversi come 2+2+2+2=1+1+⋯+1=0,9+7,1=13-5=⋯ Durante questa parte della discussione, abbiamo notato che l'insegnante esorta la classe a continuare a proporre espressioni equivalenti.

Riportiamo poi un secondo esempio di trascrizione in cui l'insegnante seleziona alcuni studenti in base alle loro risposte nei fogli di lavoro. Di seguito, la classe sta discutendo l'item 9+5=14+5. L'insegnante spinge lo studente E ad intervenire perché la sua strategia è uguale a quella di un altro.

Insegnante: Poiché abbiamo a che fare con numeri piccoli, sappiamo qual è il risultato di entrambi i lati del segno uguale. Ma prima, quando ho chiesto se l'espressione [riferita a 9+5=14+5] fosse vera o falsa, lo studente D ha spiegato perché era falsa senza dire il risultato. Qualcuno ha ragionato allo stesso modo? Studente E?

Studente E: Anch'io non ho calcolato 9+5. Ho visto che il cinque era presente in entrambe le addizioni, sono cambiati solo 9 e 14. Poiché 14 è maggiore di 9, i risultati non potevano essere gli stessi.

Insegnante: Ok. Studente F.

Studente F: Ho visto che il cinque era in altre posizioni, era il numero che era sempre presente in entrambe le operazioni, quindi guardo i primi due addendi di entrambe le operazioni e mi rendo conto che, poiché 14 è maggiore di 9, il risultato [nella parte destra] dovrebbe essere maggiore...

Dopo aver discusso con l'alunno E, l'insegnante richiama esplicitamente l'alunno F, perché ricorda che ha usato una strategia relazionale per risolvere il compito nel foglio di lavoro 1 : ha confrontato gli addendi 14 e 9 senza alcun calcolo.

Infine, nell'esempio successivo l'insegnante non cerca un compito nel foglio di lavoro o tra quelli proposti nel videogioco, ma ne inventa uno nuovo, allo scopo di consolidare il ragionamento spiegato nella precedente trascrizione dallo studente F.

Insegnante: Secondo voi, con questo ragionamento... Ora abbiamo numeri piccoli... Ma proviamo a ragionare con numeri più grandi. Secondo voi, questo ragionamento potrebbe aiutarci a risolvere: 3527+1528=3682+1528? Sono uguali?

Studente F: No!

Insegnante: 3682+1528. Sono [riferito alle espressioni] uguali?

Coro: No!

Studente G: No, no, no. È lo stesso... È lo stesso...

Studente H: È lo stesso.

Studente G: Perché... 3527 è più piccolo di 3682, ma l'altro addendo è lo stesso.

All'inizio gli studenti non capiscono facilmente l'esempio dell'insegnante, ma poi uno di loro si rende conto che esiste una somiglianza tra l'item inventato e quello del foglio di lavoro 1 . L'insegnante prosegue la discussione sottolineando la potenzialità dell'osservazione dello studente: a+b=a+c se e solo se b=c. Infine, uno studente conclude con la seguente osservazione: se b>c, allora a+b>a+c.

5. Discussione

In questa sezione analizziamo i risultati descritti in precedenza, esplorando il ruolo di un GBL nel supportare lo scaffolding dell'insegnante durante le discussioni in classe sul pensiero relazionale.

Nei tre esempi abbiamo evidenziato quando e come l'insegnante utilizza le quattro strategie di scaffolding descritte nel quadro teorico. In tutti e tre gli esempi, quindi, l'insegnante ha scelto gli item da discutere con gli studenti senza seguire l'ordine in cui compaiono nei fogli di lavoro (1) e ha invitato alcuni studenti a intervenire durante la discussione tenendo conto delle loro risposte nei fogli di lavoro (2). Nel primo estratto, l'insegnante incoraggia gli studenti a inventare nuovi compiti per chiarire o condividere le idee matematiche emergenti (4), mentre nell'ultimo esempio inventa un nuovo compito per chiarire le idee matematiche emergenti (3).

Abbiamo ipotizzato che un GBL avrebbe potuto offrire diverse opportunità di scaffolding. Pertanto, potrebbe essere interessante osservare il ruolo del videogioco in questa sperimentazione.

Durante l'intervista, l'insegnante riferisce di non aver fatto affidamento all' interfaccia web, perché permetteva di visualizzare solo le risposte corrette e sbagliate e non i processi attivati dagli studenti per rispondere. Infatti, durante la discussione richiama gli studenti considerando le loro risposte nei fogli di lavoro e non facendo riferimento ai punteggi dei giochi.

Avevamo inoltre ipotizzato che l'ampio ventaglio di compiti presentati nei minigiochi avrebbe potuto consentire a insegnanti e studenti di inventare nuovi esempi di compiti simili basandosi sul ragionamento per analogia. In realtà, gli esempi forniti dagli studenti non sono esattamente analoghi a quelli presenti in Matematica Superpiatta (2+2+2+2=1+1+⋯+1=0,9+7,1=13-5=⋯), ma probabilmente sembrano essere stati inventati a partire da altri contesti. Tuttavia, l'insegnante inventa un compito molto simile a quelli proposti nel videogioco.

In linea con questi dati, sembra che il GBL abbia offerto all'insegnante solo una delle quattro strategie di scaffolding, tuttavia le abbiamo chiesto se il videogioco è stato per lei utile in questa sperimentazione. La risposta è affermativa: in particolare, afferma che è stato molto interessante osservare gli studenti mentre giocavano per scoprire i loro punti di forza e di debolezza sulle uguaglianze. Inoltre, l'insegnante ha dichiarato che il videogioco è stato un elemento essenziale nella sperimentazione per i suoi aspetti motivazionali, come il suo potere di catturare l'attenzione degli studenti o gli obiettivi e le ricompense all'interno del gioco. Infine, sostiene che la discussione non sarebbe stata la stessa senza il videogioco.

Insegnante: Per noi, insegnanti della scuola primaria, il videogioco è molto importante. Dovremmo intervenire di più durante il tempo di gioco, in modo che l'attività successiva con i fogli di lavoro permetta agli studenti di consolidare tutti i concetti emersi dal gioco. In questo modo, con i fogli di lavoro possiamo verificare se tutto il nostro lavoro è stato proficuo. Per me il videogioco è essenziale.

6. Conclusioni

L'obiettivo di questo lavoro è stato quello di analizzare se e come Matematica Superpiatta possa supportare gli insegnanti nello scaffolding di attività che coinvolgono il pensiero relazionale. Per farlo, abbiamo organizzato una sperimentazione sul campo che prevedeva tre fasi:

gioco, attività scritte con fogli di lavoro e discussione in classe. Prima della sperimentazione, abbiamo strutturato una formazione per insegnanti in tre incontri in cui abbiamo proposto alcuni riferimenti teorici sul pensiero relazionale e abbiamo presentato il videogioco e l'interfaccia web.

Dall'analisi della discussione abbiamo rilevato diversi scenari in cui l'insegnante ha messo in atto tutti i tipi di scaffolding previsti. Gli estratti riportati nella sezione precedente sono una prova inequivocabile di quanto abbiamo già descritto e precedentemente ipotizzato. Tuttavia, i risultati presentati sembrano mostrare che il videogioco sia stato utilizzato dall'insegnante come strumento di scaffolding solo nel caso dell'invenzione di nuovi compiti (3). Per le altre strategie, ha preferito utilizzare i fogli di lavoro per selezionare compiti specifici, gli studenti da far intervenire e le risposte da discutere. Inoltre, gli studenti non hanno fatto riferimento agli item del videogioco quando ne hanno inventati di nuovi (Lemmo, & Scafa Urbaez Vilchez, 2022).

Per la nostra analisi ci riferiamo solo alle quattro strategie presentate da Carpenter, Franke e Levi (2003, 2005); probabilmente, un quadro più generale sullo scaffolding degli insegnanti (ad esempio, Van de Pol, Volman & Beishuizen, 2010) potrebbe essere più utile per approfondire. Come affermato dall'insegnante, l'aspetto motivazionale del videogioco ha giocato un ruolo particolarmente significativo nel promuovere le discussioni in classe, che potrebbero essere considerate come un'ulteriore strategia di scaffolding (Van de Pol, Volman & Beishuizen, 2010). Inoltre, Matematica Superpiatta è stato considerato uno strumento straordinariamente interessante per monitorare le attività degli studenti per la progettazione di discussioni di classe. Infatti, la docente ha riferito che semplicemente prestando attenzione agli studenti che giocano le ha permesso di condurre una valutazione informale delle loro conoscenze ed abilità aritmetiche. Secondo il quadro teorico di Stein e colleghi (2015), l'atto di osservare il comportamento degli studenti potrebbe essere incluso nel processo di "anticipazione" e "monitoraggio", che sono le prime due fasi del modello per orchestrare discussioni efficaci (Lemmo, & Scafa Urbaez Vilchez, in press). Per questo motivo, suggeriamo che l'osservazione degli studenti mentre giocano potrebbe implicitamente aiutare gli insegnanti ad orchestrare una discussione, ma sono necessarie ulteriori indagini e sperimentazioni sul campo, in cui, ad esempio, chiediamo agli studenti di utilizzare il metodo del pensiero ad alta voce (Fonteyn, Kuipers & Grobe, 1993).

Questo lavoro presenta alcune criticità che porteranno a sviluppi futuri della ricerca; in particolare, le attività presentate risentono enormemente della scelta delle espressioni inserite nel gioco, sarebbe interessante approfondire se e come la variazione delle espressioni potrebbe modificare le risorse a disposizione del docente. Il minigioco Parkour propone la possibilità di scegliere tra due opzioni di risposta, questo potrebbe aver spinto alcuni studenti a procedere per tentativi sfruttando l'elevata probabilità di scegliere l'opzione corretta andando a caso. Partendo da questo assunto, si potrebbe modificare il gioco proponendo più opzioni di risposta. Infine, a fronte dei risultati evidenziati in questa prima sperimentazione, potrebbe essere interessante chiedere al docente di sviluppare lo stesso percorso (schede e discussione) al di fuori di un GBL, per osservare differenze o analogie nei cinque processi di strutturazione della discussione.

7. Bibliografia di riferimento

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 53-59.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003): Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school. Portsmouth, NH: Heinemann

Connolly, T. M., Boyle, E. A., MacArthur, E., Hainey, T., & Boyle, J. M. (2012). A systematic literature review of empirical evidence on computer games and serious games. *Computers & Education*, 59(2), 661–686.

Fonteyn, M. E., Kuipers, B., & Grobe, S. J. (1993). A description of think aloud method and protocol analysis. *Qualitative health research*, 3(4), 430-441.

Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven: Yale University Press

Lemmo, A. & Scafa Urbaez Vilchez, C. (in press). A videogame for supporting teachers' scaffolding in whole-class discussions. *Proceedings of the 12th CERME*

Lemmo, A. & Scafa Urbaez Vilchez, C. (2022). A videogame as a tool to orchestrate productive mathematical discussions. In U.T. Jankvist, R. Elicer, A. Clark-Wilson, H.-G. Weigand, & M. Thomsen (Eds.), *Proceedings of the 15th International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (ICTMT 15) (pp. 205-2012). Copenhagen (Denmark) *September 13–16, 2021.* Aarhus University https://doi.org/10.7146/aul.452 ISBN: 978-87-7507-525-6

Lowrie, T., & Jorgensen, R. (Eds.). (2015). Digital games and mathematics learning: Potential, promises and pitfalls (Vol. 4). Springer.

Perrotta, C., Featherstone, G., Aston, H. and Houghton, E. (2013). *Game-based Learning: Latest Evidence and Future Directions.* National Foundation for Educational Research.

Van de Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational psychology review*, 22(3), 271-296.

Data di ricezione dell'articolo: 29 luglio 2022
Date di ricezione degli esiti del referaggio in doppio cieco: 10 settembre e 13 novembre 2022
Data di accettazione definitiva dell'articolo: 29 novembre 2022