

Promuovere l'autovalutazione coi giochi da tavolo: il modello del progetto Numeri e Pedine

Liliana Silva, Andrea Maffia

Abstract – *This contribution presents the role of self-evaluation within the project “Numeri e Pedine” based on a community of inquire formed, in the last two years, by researchers and primary mathematics teachers from the whole country. After a short introduction about the features of the boardgames chosen for this mathematics education project, we analyze the importance of self-evaluation models when using boardgames. Both the enhancement of children’s mathematical learning and of teachers’ daily practices are considered viable. Finally, we propose possible research pathways that could be integrated in the project in its next developments in future years and that will allow to better research the mathematical (and non-mathematical) abilities that are developed by children. The error is considered as tool for learning and enhancement when purposely used.*

Riassunto – *Nel presente contributo è presentato il ruolo assunto dall'autovalutazione nell'ambito del progetto “Numeri e Pedine”, fondato sulla ricerca-formazione svolta negli ultimi due anni con insegnanti di matematica della scuola primaria provenienti da tutta Italia. Dopo una breve introduzione sulla scelta e le caratteristiche dei giochi considerati, saranno analizzati l'importanza attribuita ai modelli di autovalutazione attraverso l'uso del gioco da tavolo e di come questo prospetto possa condurre al miglioramento non solo dell'apprendimento matematico dei bambini e delle bambine, ma anche degli insegnanti di matematica nel loro lavoro quotidiano. Saranno infine proposte alcune piste di lavoro che potrebbero essere integrate nei prossimi anni nel progetto presentato e che permetteranno sempre più di riflettere non solo sulle abilità matematiche (e non) sviluppate da bambine e bambini, ma anche sul lavoro sull'errore quale strumento di miglioramento e perfezionamento se sfruttato adeguatamente.*

Keywords – mathematics education, self-evaluation, self-regulation, error, ludic assessment

Parole chiave – didattica della matematica, autovalutazione, autoregolazione, errore, valutazione ludica

Liliana Silva è Ricercatrice in Pedagogia sperimentale presso il Dipartimento di Scienze cognitive, psicologiche, pedagogiche e degli studi culturali (COSPECS) dell'Università degli Studi di Messina. Si occupa principalmente di valutazione nei contesti educativi e formativi, con particolare interesse per l'uso dei giochi da tavolo e di ruolo come strumenti di autovalutazione e autoregolazione. Afferisce al Centro di Ricerca Educativa sulla Professionalità dell'Insegnante (CRESPI) e al Game Science Research Center ed è fondatrice – insieme ad Andrea Maffia – del progetto Numeri&Pedine. Tra le sue pubblicazioni: *Teachers’ struggling in identifying the semiotic potential of mathematical board games* (in coll. con A. Maffia, in *Handbook of Research on International Approaches and Practices for Gamifying Mathematics*, IGI Global, 2022, pp. 354-373) e *L'autovalutazione delle competenze scientifiche per favorire l'orientamento degli studenti nella scuola secondaria di secondo grado* (in “Italian Journal of Educational Research”, 22, 2019, pp. 221-242).

Andrea Maffia è Ricercatore in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Bologna. La sua ricerca riguarda soprattutto l'apprendimento dell'aritmetica, anche in chiave pre-algebrica, nel corso del primo ciclo di istruzione. Collabora a livello nazionale e internazionale con vari gruppi di ricerca, tra cui il gruppo Early Years Mathematics all'interno di CERME, la conferenza della Società Europea di

Ricerca in Didattica della Matematica. Afferisce al e al Game Science Research Center. Tra le sue pubblicazioni: *From action to symbols: giving meaning to the symbolic representation of the distributive law in primary school* (in coll. con M. A. Mariotti, in "Educational Studies in Mathematics", 104(1), 2020, pp. 25-40) e *Parents' Influence on Children Mathematical Activity During Lockdown* (in "European Journal of Science and Mathematics Education", 10(4), 2022, pp. 547-554).

1. Introduzione

Il presente contributo ha come scopo principale quello di presentare la centralità dell'autovalutazione nell'ambito del progetto Numeri&Pedine, un contenitore di esperienze di ricerca che hanno come oggetto la possibilità di sviluppare conoscenze, abilità e competenze matematiche attraverso l'utilizzo didattico e valutativo dei giochi da tavolo.

Dopo aver presentato il quadro teorico relativo all'accezione che diamo del concetto di valutazione e del ruolo dell'errore, presenteremo il progetto, cercando di evidenziare – nel dettaglio – come i due giochi Chiudi la scatola e Patchwork Doodle siano indicati rispettivamente per la didattica del senso del numero e dello spatial reasoning.

Concluderemo con alcune riflessioni relative alla formazione *anche* di competenze che possano rendere gli studenti più autonomi e responsabili nel proprio apprendimento della matematica (e non solo) e presenteremo alcune possibili future piste di ricerche empirica.

2. Quadro teorico di riferimento: l'autovalutazione come momento di apprendimento e di autoregolazione

Pur essendo un argomento trattato in diverse altre ricerche (e.g. Andrade & Brown, 2016; Brown & Harris, 2013), il tema della formazione all'autovalutazione e all'autoregolazione continua ad avere un ruolo importante nella definizione dei costrutti riguardanti l'assunzione di strumenti di didattica innovativa. Nel contributo, ci soffermeremo solamente su alcuni aspetti, che possono essere di nostro interesse, per argomentare i temi della didattica e valutazione ludica quali strumenti di formazione all'autovalutazione.

Il concetto di autovalutazione è strettamente collegato a quello di valutazione formativa, da quando il United Kingdom Assessment Reform Group l'ha promosso come strategia formativa (Black et al., 2003) essenziale per l'apprendimento. La valutazione formativa richiede, infatti, un coinvolgimento attivo degli studenti nel processo valutativo (Spiller, 2012), che sia anche utile al docente per trarne informazioni (Stiggins, 2005). Attraverso l'utilizzo di feedback, allo stesso modo, gli alunni ricevono informazioni per migliorare il proprio processo di apprendimento.

Partendo da una logica più ampia, occorre iniziare da una considerazione di fondo: autovalutarsi (ma anche valutare) rappresenta *qualcosa di serio*, un esercizio necessario che concorre allo sviluppo dell'autonomia del soggetto e che successivamente potremo strutturare e proporre per una riflessione (nel presente contributo) sui giochi da tavolo come strumento per rinforzare

questa competenza, competenze¹. Considerare l'autovalutazione come qualcosa di innato è quantomeno ingenuo: è infatti non solo importante, ma anche necessario formarsi e formare all'autovalutazione, al fine di consentire di sviluppare abilità autoregolative importanti non solo per le competenze matematiche, ma anche per il miglioramento delle competenze strategiche, supporto anche per l'accrescimento delle competenze trasversali. Il potenziale formativo che rappresenta tale modalità di valutazione è dato dal riflettere sull'esperienza passata, ricordare e comprendere quanto accaduto, arrivare ad un'idea più chiara di ciò che si è appreso dei traguardi raggiunti: è un "processo di valutazione di carattere tanto formale e pubblico quanto informale e privato che il soggetto fa di sé, della sua performance, delle sue competenze, delle sue esperienze di apprendimento e dei contesti in cui agisce, rispetto a standard e criteri esterni e etero-definiti o interni e riferiti al solo sé" (Pastore, 2019, p. 3).

Seguendo il modello di Pastore, ci sono tre componenti che consideriamo in questo contributo ovvero l'automonitoraggio, l'autovalutazione e l'autoregolazione. Il primo rappresenta la consapevolezza del proprio pensiero e delle proprie azioni. Fin da questo elemento è possibile integrare e comprendere il ruolo di un gioco da tavolo: giochi di strategia, ad esempio, permettono di verificare se e come il proprio pensiero abbia contribuito al raggiungimento di un traguardo. Così come i giochi che richiedono il riconoscimento del pensiero altrui e della loro percezione, che mettono in atto anche processi empatici possono consentire di apprendere – attraverso l'immedesimarsi nel pensiero degli altri – a comprendere meglio i propri processi di apprendimento e di meta-apprendimento.

Definire obiettivi e strategie di apprendimento, ovvero implementare le strategie che possano migliorare l'apprendimento, rappresenta il passaggio successivo: una volta compreso il proprio processo cognitivo e metacognitivo, si cerca di re-applicare nel gioco tali dinamiche e processi, al fine di ottenere risultati migliori degli avversari – se il gioco è competitivo – oppure di poter collaborare al pensiero condiviso degli altri giocatori, se il gioco è cooperativo. Infine, l'auto-giudizio, ovvero riconoscere e comprendere i progressi compiuti rispetto agli obiettivi di apprendimento (Pastore, 2019). L'autovalutazione è efficace quando (Brown & Harris, 2013) lo studente è responsabile del proprio processo di autovalutazione, tale da rendere trasparenti gli obiettivi di apprendimento, da creare un contesto sicuro per la valutazione, da migliorare la validità e la precisione dell'autovalutazione degli studenti, che possono così agire sui dati ottenuti dall'autovalutazione stessa.

In Figura 1 è sintetizzata l'inclusione dell'autovalutazione nei processi di valutazione formativa e di apprendimento autoregolato.

¹ Se per competenza intendiamo il saper agire efficacemente in situazione, utilizzando al meglio le proprie risorse per rispondere a una determinata situazione problematica (es. Trincherò, 2012), nel contributo parleremo successivamente di abilità, ovvero la capacità di applicare le conoscenze acquisite allo scopo di risolvere problemi o svolgere determinati compiti. Come conoscenze intendiamo invece quanto appreso con consapevolezza e coscienza acquisita nel tempo e nello spazio (es. Pellerey, 2011).

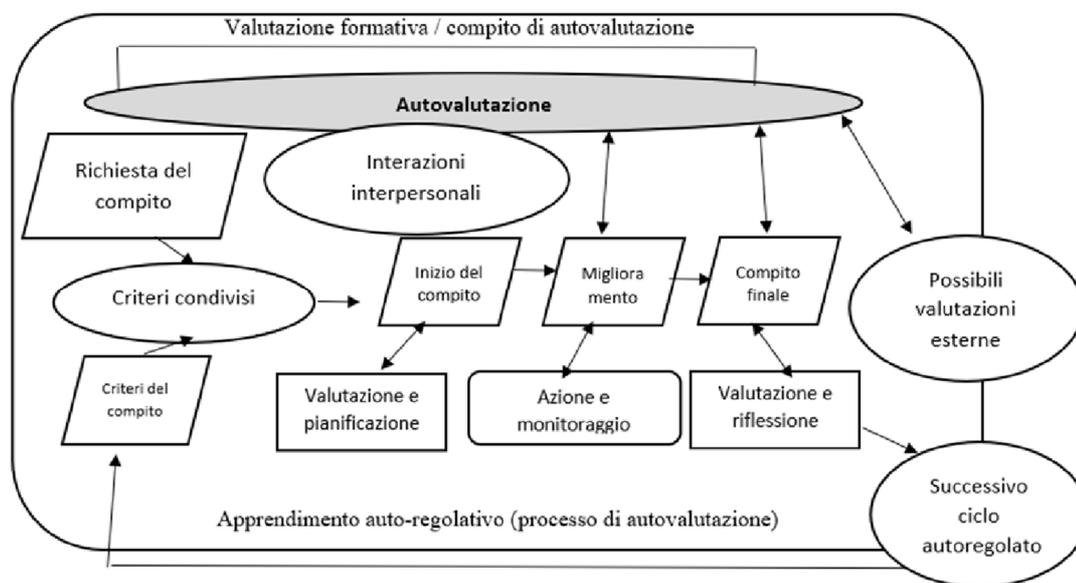


Figura 1 – Il ruolo dell'autovalutazione nei processi di valutazione formativa e di apprendimento autoregolato (Adattamento da Harris & Brown, 2018)

L'autovalutazione – così come la consideriamo – si inserisce nella triade che la mette in stretta relazione con la valutazione formativa e l'autoregolazione: Gli studenti partono dal modello autovalutativo e lo utilizzano per raccogliere informazioni circa il proprio lavoro, per poter comprendere al meglio i propri apprendimenti e apportare le modifiche necessarie.

In Figura 1 sono rappresentati i collegamenti e i punti di incontro tra gli elementi di autovalutazione, autoregolazione e valutazione formativa. Lo schema ci permette di cominciare ad allineare innanzitutto cosa può significare l'autovalutazione, come strumento di autoregolazione per i bambini di scuola primaria e i ragazzi della secondaria di primo grado, mettendo in evidenza alcuni aspetti che potrebbero esserci utili nella trasposizione del tema in oggetto alla didattica della matematica. Dalla sintesi, è intuibile come lo studente abbia l'opportunità di comprendere i propri apprendimenti e apportare le rispettive modifiche.

Dal punto di vista più teorico sappiamo, anche dalla sintesi di Panadero (2017), che i modelli di autoregolazione sono differenti. L'autore, infatti, riprende i quattro principali costrutti teorici relativi ai processi autoregolativi per poterli confrontare e poter cogliere gli aspetti peculiari per mezzo di metanalisi. Alla luce di questa analisi, l'autore fa una scelta volta principalmente ad un livello più profondo di apprendimento (Brookhart, 2016), che permetta di coinvolgere gli studenti nel primo ciclo dell'apprendimento formativo.

La scelta del modello di autovalutazione utilizzato ci ha permesso di coinvolgere nel processo autovalutativo non solamente i bambini/ragazzi coinvolti, ma anche il docente che è chiamato a predisporre i processi che permettano loro di avvicinarsi gradualmente a questi apprendimenti (sin dalla scuola dell'infanzia).

Una prima distinzione presa in considerazione è quella tra processi autovalutativi formali e informali: diversamente da quanto si possa pensare, la scuola può essere un contesto aperto ad entrambe le modalità, predisponendo momenti e lezioni progettati sull'autovalutazione formale, ma anche fornendo agli studenti la possibilità di accedere ai giochi stessi nei momenti di condivisione (pur consapevoli delle restrizioni dovute alla pandemia di COVID19).

A prescindere dal contesto e dal momento di messa a disposizione dei giochi da tavolo, gli insegnanti sono chiamati anche a impostare le tipologie di pratiche autovalutative. Come evidenziano anche Harris e Brown (2013), gli insegnanti apprendono a stimare le prestazioni che sono collocate nella zona di sviluppo prossimale, anche ragionando sui fenomeni che guardano gli apprendimenti futuri, considerando il fatto che per verificare l'efficacia di progetti – ludici in questa occasione – sia necessario costruire e condividere un curriculum che comprenda o che si fondi su un progetto realmente sposato dagli insegnanti e non solamente dall'iniziativa di un singolo (Harris & Brown, 2018).

Harris e Brown presentano quindi i passaggi di supporto allo sviluppo delle competenze ludiche nella scuola dei diversi gradi, partendo dall'attribuzione del punteggio in forma semplice. Se consideriamo il contesto ludico, supportato dai principi motivazionali, nella maggioranza dei giochi da tavolo il bambino/ragazzo è chiamato a calcolare e attribuire un punteggio alla propria prestazione di gioco. Il risultato del calcolo del punteggio è ricondotto all'attribuzione e al confronto con un punteggio ottenuto in una precedente partita. I punteggi delle varie partite, conservate in apposite griglie che scaturiscono da una sorta di "copione" dell'autovalutazione costituito da rubriche per guidare l'autovalutazione. È quindi necessaria una formazione all'autovalutazione, che permetta di apprendere come valutare le proprie prestazioni/competenze, di usare uno strumento molto valido, anche se spesso difficile da realizzare in classe. L'utilizzo dei giochi da tavolo consente, grazie allo sviluppo della dimensione ludica e di conseguenza alla motivazione scaturita dal gioco, una possibile esperienza di apprendimento all'autovalutazione.

Riportiamo quindi alcune indicazioni su come i docenti di matematica potrebbero essere formati all'insegnamento delle competenze auto-valutative, nel nostro caso con i giochi da tavolo. Occorre insegnare/imparare ad autovalutare, ovvero a guidare gli studenti alla definizione degli standard per valutare il proprio lavoro, insegnar loro come confrontare il proprio lavoro con degli standard, supportare nel comprendere come confrontare il proprio elaborato con gli standard definiti, insegnar loro come utilizzare le valutazioni al loro apprendimento. Gli studenti possono essere così supportati per trasformare la propria autovalutazione in autoregolazione e pertanto in un cambiamento. In questo processo, assume valore formativo per gli studenti e informativo per gli insegnanti (Andrade, 2010) la motivazione – che insieme alle emozioni diventa elemento essenziale perché l'autovalutazione contribuisca allo sviluppo degli atteggiamenti autoregolativi. Ancora, è fondamentale creare una comunità di classe che sia un "luogo" dove sbagliare è possibile.

3. Giocare, sbagliare, imparare: il ruolo dell'errore attraverso l'utilizzo dei giochi da tavolo

Riprendendo il tema dell'autovalutazione e degli elementi ad essa collegati, abbiamo preso in considerazione il ruolo dell'errore nei processi di apprendimento, con riferimento alla loro frequente presenza nei giochi da tavolo. McMillan (2018) riprende il principio di Carol Dweck (2006) della distinzione tra la mentalità fissa/statica e quella dinamica; sottolinea l'idea comune dell'errore come qualcosa di negativo, contrapponendola al modello di libertà dell'errore (pro-wrong culture), citato al termine del paragrafo precedente. Tale concetto è considerato all'interno della cultura dell'assessment as learning, ovvero il vivere il momento della valutazione come uno strumento stesso di apprendimento. Gli studenti hanno bisogno di un modo nuovo di reagire ai feedback e alle strategie di miglioramento, per mezzo di un buon clima in classe e dell'atteggiamento del docente che lo supporta a tollerare l'errore, all'analisi degli errori commessi, senza reazioni negative non solo da parte dei docenti, ma anche dei compagni. Tale momento di apprendimento supportato dall'errore (McMillan, 2018) permette di ridurre l'ansia da prestazione, ma anche di pianificare, costruire e implementare un modello di valutazione di alta qualità, formata e incrementata per mezzo dell'utilizzo dei giochi da tavolo in classe. Tale aspetto permette di garantire e incorporare l'autenticità nella valutazione, inoltre, richiede di rendere trasparenti gli errori, con la possibilità di sbagliare in un contesto dove l'errore è concesso e che – grazie anche alla promozione di un apprendimento collaborativo – favorisce l'impostazione di una valutazione formativa e sommativa che possa considerare gli errori stessi. Come sostiene Borasi (1987) “gli errori possono essere usati come strumenti motivazionali e come punti di partenza per esplorazioni matematiche creative, che coinvolgono attività di problemi solving e problem posing di valore” (p. 7). Suggerisce anche che gli errori possono incentivare una comprensione più profonda e completa del contenuto matematico e della natura della matematica stessa.

4. Il progetto *Numeri e Pedine* e la formazione degli insegnanti all'uso dei giochi da tavolo nella didattica della matematica

Numeri e Pedine è un contenitore di esperienze di ricerca sul processo di insegnamento/apprendimento della matematica nella scuola del primo ciclo mediante l'uso di giochi da tavolo. La necessità di un supporto alla didattica della matematica emerge dalle osservazioni dei ricercatori durante le formazioni già in atto da tempo con gli insegnanti della scuola primaria, che hanno evidenziato la sempre maggiore richiesta di materiali di aiuto per la didattica innovativa. Gli autori, tuttavia, hanno identificato nella ricerca-formazione (cioè nel coinvolgimento degli insegnanti nel processo di ricerca e di cambiamento della propria didattica e del proprio contesto) una migliore modalità di supporto rispetto alle più classiche formazioni frontali.

Obiettivo generale del progetto è quindi la ricerca sulla formazione matematica e la sua valutazione in contesto ludico mentre gli obiettivi specifici riguardano il diffondere i materiali sviluppati all'interno di tali ricerche attraverso corsi di formazione che vedono coinvolti gli autori

di questo contributo e insegnanti di tutto il territorio italiano e lo studio di come rendere sistematico tale processo, con particolare riferimento all'utilizzo dei giochi da tavolo quale strumento didattico e valutativo.

Numeri e Pedine utilizza i giochi da tavolo come strumenti didattici e valutativi nell'ambito della matematica della scuola dell'infanzia, primaria e secondaria di primo grado, al fine di attivare *pratiche ludiche e ludiformi* (Visalberghi, 1958) a supporto dell'apprendimento e dell'auto-regolazione. Si fonda su una *visione democratica e inclusiva della scuola*, della didattica e della valutazione: per tale motivo, ogni ricerca e ogni progetto ha particolare attenzione alla partecipazione di tutti e di ciascuno al processo di insegnamento/apprendimento. Il contesto entro il quale matura è la *comunità di apprendimento*: vari autori sostengono che il cambiamento nelle pratiche valutative non possa realizzarsi attraverso gli approcci tradizionali di formazione, necessita piuttosto della costruzione di comunità di apprendimento di insegnanti ("teacher learning communities" nella terminologia di McLaughlin & Talbert, 2006). Secondo Bennet e Gitomer (2009) tali comunità sono fondamentali per permettere l'aiuto reciproco nello scoprire come usare al meglio la valutazione formativa nelle proprie classi.

Numeri e Pedine assume come obiettivo una *comprensione relazionale della matematica*, in opposizione alla più diffusa comprensione strumentale (Skemp, 1987), ovvero l'uso del gioco è finalizzato non solo a comprendere "come" si svolgono le procedure matematiche, ma anche "perché" si possono svolgere in un certo modo e magari anche in molti altri diversi. Si fonda, con riferimento a quanto detto precedentemente, sull'utilizzo della valutazione a scopo migliorativo. Supporta pertanto la *valutazione formativa, a sostegno dell'apprendimento e come apprendimento*, affinché possa individuare all'interno dei giochi proposti processi valutativi e auto-valutativi che favoriscano l'apprendimento trasformativo, con particolare riferimento alle competenze matematiche.

Infine, abbraccia la prospettiva della *ricerca-formazione* (anche se non in maniera esclusiva), al fine di attivare confronti continui e sistematici tra insegnanti e ricercatori, con attenzione ai vincoli e alle risorse presenti nei contesti entro i quali si svolge.

Durante i primi due anni di lavoro, il gruppo di ricerca – costituito dai due autori e da un gruppo di insegnanti, soprattutto della scuola dell'infanzia e primaria – ha analizzato i giochi proposti dai ricercatori, per poi lavorare alla costruzione di strumenti didattici, anche valutativi, al fine di promuovere l'utilizzo del gioco soprattutto a scuola, ma anche nei contesti non formali e informali, nell'ottica di un sistema formativo integrato.

Considerando la corrispondenza del progetto con il periodo caratterizzato dalla pandemia di COVID19, alcune scelte nei metodi di ricerca sono state dettate proprio dalla possibilità (o meno) di svolgere una ricerca-formazione a distanza, senza la possibilità di intervenire fisicamente nei contesti scolastici. Le specifiche difficoltà incontrate hanno però permesso di notare come il gioco possa essere efficace strumento di apprendimento sia nel contesto della didattica a distanza che della didattica digitale integrata.

È stato quindi implementato un modello di ricerca-formazione (Asquini, 2018) che permettesse di coinvolgere gli insegnanti sin dall'inizio della ricerca, nella rilevazione dei rispettivi contesti entro i quali poter implementare i processi didattici e valutativi condivisi durante i momenti formativi. Tale analisi è stata svolta per mezzo di interviste di gruppo e questionari somministrati

all'inizio del percorso. Le esigenze emerse nei primi due anni di ricerca riguardano anche la necessità di utilizzare strumenti adatti alla didattica integrata a distanza e quindi per mezzo di strumenti per l'integrazione tra la didattica per alunni in presenza e per alunni online.

A partire dai risultati ottenuti, i ricercatori hanno condotto gli incontri mantenendo l'equilibrio tra la trasmissione dei contenuti e la condivisione dei risultati ottenuti in classe dalle insegnanti durante il tempo trascorso dall'incontro precedente, per poterli discutere insieme, secondo l'ottica della comunità di ricerca. Tale approccio intende promuovere un'autonomia didattica e valutativa che consenta al docente di migliorare la propria professionalità.

All'interno del progetto Numeri e Pedine sono oggetto di studio sia le competenze (matematiche e trasversali, come esplicitato nelle prossime sezioni) che i bambini possono sviluppare nel contesto ludico, sia le opportunità di formazione continua che gli insegnanti esperiscono nel contesto di un percorso di ricerca-formazione. La ricerca relativa alla formazione insegnanti è già stata presentata altrove (Maffia & Silva, 2021; 2022; Silva & Maffia, 2021). In questo contributo ci concentreremo sulle particolari abilità e conoscenze (e più in generale competenze) che possono essere sviluppate nel contesto dei particolari giochi proposti, presentando quegli aspetti dell'analisi a priori (servita a selezionare i particolari giochi) che hanno poi trovato particolare conferma nelle osservazioni degli insegnanti coinvolti nelle sperimentazioni in classe.

Per il primo anno della scuola primaria è stato scelto come gioco *Chiudi la Scatola*, mentre per il secondo anno il gioco scelto è stato *Patchwork Doodle*². Entrambi sono stati selezionati dai ricercatori anticipatamente, in linea con gli obiettivi delle Indicazioni Nazionali per il Curricolo tipicamente affrontati dai docenti delle due classi. Un ulteriore principio che ha orientato la scelta è stata la possibilità di rendere entrambi i giochi fruibili anche in formato digitale (in risposta alla necessità di dover lavorare con i bambini in isolamento dovuto al COVID19) o attraverso l'uso di materiali semplici e facilmente reperibili anche a casa. Nelle sezioni successive analizzeremo le abilità e conoscenze matematiche coinvolti nell'uso di questi giochi; successivamente metteremo in evidenza come l'uso del gioco nel contesto dell'apprendimento della matematica possa permettere di lavorare anche su aspetti di competenza che sono trasversali rispetto alle discipline d'insegnamento.

5. Chiudi la Scatola: un gioco per sviluppare il senso del numero

Al termine della scuola dell'infanzia, i bambini hanno già raggiunto importanti traguardi rispetto ai loro apprendimenti matematici. Le stesse Indicazioni Nazionali, all'interno del campo di esperienza "La conoscenza del mondo" prescrivono il raggiungimento di traguardi quali la capacità di confrontare e valutare quantità; utilizzare simboli per registrarle. Viene detto che "i bambini costruiscono le prime fondamentali competenze sul contare oggetti o eventi, accompagnandole con i gesti dell'indicare, del togliere e dell'aggiungere. Si avviano così alla conoscenza del numero e della struttura delle prime operazioni" (p. 22). Tuttavia, sappiamo che i percorsi

² Il primo gioco è un gioco tradizionale, più comunemente detto Shut the Box. Il secondo è invece un gioco commerciale, disponibile – con alcune varianti – anche come Seconda Chance (o simili). Le regole dei rispettivi giochi sono tutte disponibili sul sito del progetto Numeri e Pedine: www.numeriepedine.it.

per il raggiungimento di tali traguardi possono essere molto diversi e dobbiamo considerare che non tutti bambini frequentano la scuola dell'infanzia.

Sia allo scopo di valutare tali traguardi, sia per iniziare il percorso verso il raggiungimento di quelli previsti per la scuola primaria, abbiamo proposto l'uso del gioco Chiudi la Scatola per le classi prime della scuola primaria. Lo scopo del gioco è abbassare il maggior numero di tasti possibile su una tastiera numerata da 1 a 9³. Il giocatore, dopo aver tirato due dadi, può abbassare un numero di tasti a piacere la cui somma corrisponda al valore indicato sui dadi. Può quindi tirare nuovamente i dadi e ripetere il procedimento, ma non potrà più utilizzare i tasti già abbassati. La partita termina quando i tasti ancora sollevati non permettono di formare (con una somma) un valore equivalente a quello ottenuto sui dadi. La somma dei valori sui tasti ancora alzati al termine del gioco corrisponde al punteggio del giocatore e chi, tra i giocatori, consegue il punteggio più basso vince.

Possiamo notare che in questo gioco sono messe in moto molte abilità e conoscenze matematiche in ambito aritmetico. Alcune di queste sono assolutamente necessarie per poter partecipare attivamente al gioco, altre possono essere costruite giocando. Per iniziare a giocare, il bambino deve essere in grado di associare la quantità indicata dal dado con la parola-numero corrispondente. Si tratta di un'abilità generalmente raggiunta al termine della scuola dell'infanzia, ma che non può essere data per scontata, anche in vista della poca familiarità che alcuni bambini potrebbero avere con i dadi. Si potrebbe quindi utilizzare un gioco molto semplice (per es. il gioco dell'oca) per introdurre un contesto in cui valutare l'abilità dei bambini nel discriminare la quantità sul dado e darle un nome. Utilizzare un gioco con caselle numerate potrebbe aiutare anche nell'associazione numero-cifra (Ramani & Sigler, 2008), altra importante abilità per lo svolgimento del gioco. Chiaramente questo non è sufficiente perché lo studente sia in grado di svolgere il gioco in totale autonomia, ma possiamo immaginare che abilità più complesse possano maturare nel corso del gioco, pur necessitando l'ausilio di altri sussidi. Per esempio, nel gioco i bambini devono calcolare la somma dei numeri rappresentati sui dadi. Se i dadi riportano i numeri rappresentandoli con "pallini", questo può essere fatto indicando a uno a uno i pallini mentre si contano. Tuttavia, questo tipo di strategia potrebbe essere di difficile realizzazione, specialmente se i dadi sono piccoli. In alternativa si può aiutare il bambino a svolgere le addizioni applicando le strategie di conteggio già apprese alla scuola dell'infanzia mediante l'uso delle dita o di altri materiali manipolativi (per es. tappi, mollette, pedine) facili da contare e spostare man mano che vengono contati.

Acquisendo esperienza con le strategie di conteggio per svolgere addizioni, i bambini pian piano noteranno che non è sempre necessario contare tutti gli oggetti (o i pallini sui dadi) ma che si può tenere a mente uno dei due numeri e iniziare a contare da quel punto. Ancora, man mano che le strategie di conteggio evolvono, si noterà che è meglio iniziare il conteggio a partire dal numero più grande (Carpenter & Moser, 1984). Si tratterà dei primi confronti intuitivi tra numeri, che potranno essere formalizzati dall'insegnante. Il confronto tra numeri sarà poi fondamentale nella determinazione della vittoria.

³ In commercio è possibile trovare tastiere realizzate in legno. Nelle nostre sperimentazioni abbiamo utilizzato spesso anche tastiere di carta, cartoncino o realizzate con delle mollette. Si veda anche (Maffia et al., 2021).

Osserviamo quindi che questo gioco insiste su aspetti fondamentali nell'apprendimento del numero. Sono coinvolti vari compiti di tipo matematico: riconoscimento di numeri (in varie rappresentazioni); determinazione di somme; scomposizione di un numero in una somma; confronto e/o ordinamento di numeri. Questi compiti fanno riferimento a molte delle componenti che Sayers e Andrews (2015) utilizzano per definire il *senso del numero fondazionale*. Secondo questi autori, il *senso del numero applicato* si riferisce alle competenze che preparano lo studente alla vita adulta; il *senso del numero preverbale* si riferisce alle capacità innate che ciascun umano possiede; quello fondazionale viene invece acquisito (sulla base di quello preverbale) e non interviene tanto nel mondo fuori dalla scuola, quanto nel preparare lo studente per gli apprendimenti scolastici successivi (ovvero è un precursore del senso del numero applicato). Secondo Sayers e Andrews (2015) il senso del numero fondazionale richiede una specifica istruzione ed emerge solitamente nel primo anno di scolarizzazione. Questo rende il gioco scelto particolarmente adatto per la classe prima primaria.

6. Sviluppo di abilità visuo-spaziali con il gioco Patchwork Doodle

Scopo del gioco Patchword Doodle è riempire il più possibile una griglia 9×9 disegnando delle "pezze" (figure geometriche realizzabili colorando da uno a cinque quadrati contigui della griglia, detti anche polimini, analoghi ai pezzi del Tetris) rappresentate su delle carte. Il gioco si svolge in tre round, ognuno composto da sei turni. Ad ogni turno, uno dei giocatori pesca una carta con una pezza. Ciascun giocatore potrà decidere se disegnare la pezza, nella sua interezza, in una qualsiasi posizione bianca sulla propria griglia 9×9 . La pezza può essere ruotata o specchiata rispetto a come è disegnata sulla carta. Disegnare una pezza è facoltativo: se il giocatore lo desidera, può passare il turno. Se sulla griglia non è rimasto spazio a sufficienza per disegnare la pezza sulla carta, il giocatore è costretto a passare il turno. Dopo sei turni (ovvero dopo aver disegnato sei pezze) si conclude un round e si procede a calcolare il punteggio del round. Nella variante da noi proposta nelle classi seconde della scuola primaria, tale punteggio è pari al numero di quadretti contenuti all'interno del quadrato più grande completamente colorato presente sulla propria griglia. Dopo aver terminato tre round (e quindi aver disegnato 18 pezze) si sommano i punteggi parziali ottenuti in ciascuno dei tre round. Dal totale si sottrae il numero di quadratini rimasti bianchi sulla griglia 9×9 . Vince il giocatore con il punteggio più alto.

Analizzando le azioni che il giocatore deve compiere nello svolgimento del gioco, è subito evidente quanto l'abilità di identificare una posizione per la figura da inserire sia determinante. A questo si aggiunge la possibilità di ruotarla o ribaltarla; operazioni che occorre eseguire mentalmente prima di colorare la griglia. Abilità di questo tipo vengono chiamate nella ricerca in psicologia e didattica della matematica "spatial reasoning" (letteralmente, ragionamento spaziale). Sebbene non ci sia un consenso generale sulla definizione di questo costrutto (Bruce et al., 2017), la maggior parte delle definizioni presenti in letteratura si basano su una lunga lista di abilità che includono (in modo non esaustivo) la localizzazione, la scomposizione (e ricomposizione) di figure, la trasformazione di figure anche attraverso variazione di dimensioni, la

visualizzazione di figure descritte verbalmente e così via (Whiteley et al, 2015). Assumiamo qui la definizione di spatial reasoning fornita da Bruce e colleghi (2017, p.146), per cui si tratta di "l'abilità di riconoscere e manipolare (mentalmente) le proprietà spaziali di oggetti e delle relazioni spaziali tra oggetti".

Una misconcezione piuttosto diffusa tra gli adulti, è che lo spatial reasoning sia in qualche modo innato; effetto di una certa forma di predisposizione congenita. La ricerca ci dice chiaramente che così non è: anche interventi piuttosto brevi possono rapidamente portare a progressi per questo tipo di abilità (Hawes et al., 2015). Per esempio, Angeretti e colleghi (2007) hanno sottoposto degli studenti di scuola secondaria di secondo grado a un test in cui dovevano riconoscere quale, tra quattro figure assegnate, corrisponde a una rappresentazione da un'angolazione diversa di una figura tridimensionale data. Alcuni esempi sono mostrati nella figura 2.

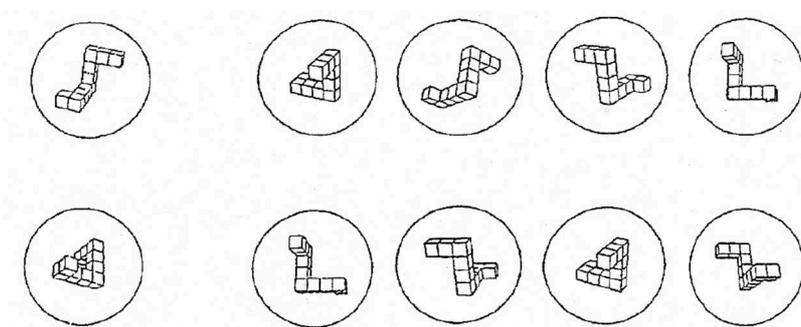


Figura 2 – Esempi di item dalla ricerca di Angeretti et al. (2007) tratti dalla batteria MRT (Vandenberg & Kuse, 1978)

In una prima fase di test, molti studenti incontrano difficoltà in questo compito affatto banale. Successivamente viene detto ad alcuni di loro che questo test si basa su un'abilità innata, che può essere presente o meno per alcune persone. Ad altri viene invece suggerito che, pian piano che ci si esercita e si trovano strategie efficaci, questa abilità andrà a migliorare. Viene quindi svolta una seconda sessione di test e si nota che coloro che sono stati convinti della possibilità di miglioramento mostrano effettivamente risultati superiori rispetto al primo test; gli altri mostrano invece prestazioni analoghe. Questo studio ci suggerisce quanto la convinzione di poter lavorare o meno su queste abilità possa giocare un ruolo importante.

Le ricerche degli ultimi 20 anni mostrano inoltre che non solo è possibile promuovere lo sviluppo dello spatial reasoning, ma anche che è molto rilevante farlo perché le abilità coinvolte sono importanti predittori del successo in matematica negli anni seguenti. Per esempio, Wolfgang e colleghi (2001) hanno evidenziato che la complessità delle costruzioni fatte con i mattoncini da bambini di cinque anni è un predittore per le abilità matematiche della scuola secondaria. Degli studi di tipo quasi-sperimentale hanno mostrato che interventi centrati sullo spatial

reasoning influiscono positivamente non solo sullo spatial reasoning stesso, ma anche sulle abilità aritmetiche (Hawes et al., 2015).

Il legame tra spatial reasoning e abilità di calcolo è ancora oggetto di ricerca. Da una parte la spiegazione potrebbe stare nella natura stessa dell'aritmetica: usiamo moltissime metafore spaziali per parlare dei numeri e delle operazioni (per es. in riferimento alla retta numerica, importante rappresentazione mentale del numero). Ancora: l'analisi della struttura è fondamentale per compiti di estensione di sequenze di figure (compiti di tipo pre-algebrico). Una possibile spiegazione potrebbe essere invece di tipo cognitivo: lavorando sullo spatial reasoning si allena il taccuino visuo-spaziale, ritenuto da Baddley e colleghi (2009) una delle componenti della memoria di lavoro (modello multi-componenziale). Il taccuino visuo-spaziale è la componente impiegata nei compiti di manipolazione mentale di immagini (*elaborazione spaziale* nei termini di Baddley et al., 2009). Può però supportare anche trasformazioni aritmetiche, specialmente quando il numero è rappresentato per mezzo di quantità (Hatano & Osawa, 1983). Inoltre, i compiti di rotazione mentale di figure e quelli di processamento numerico attivano entrambi il solco intraparietale localizzato presso il lobo parietale (Hubbard et al., 2009). Qualsiasi sia il legame, tutti questi risultati di ricerca ci suggeriscono l'importanza di lavorare sullo spatial reasoning. Questa importanza viene recepita dalle Indicazioni Nazionali per il Curricolo italiane (2012) che pongono, tra gli obiettivi per la classe quinta della scuola primaria, quelli di:

- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.
- Riconoscere rappresentazioni piane di oggetti tridimensionali, identificare punti di vista diversi di uno stesso oggetto (dall'alto, di fronte, ecc.).

Tra gli esempi di esperienze didattiche utilizzati all'interno dei progetti di ricerca internazionali citati (Hawes et al., 2015) troviamo:

- Giochi di costruzioni
- Giochi di incastri (puzzle)
- Attività di disegno
- Attività di piegatura della carta (origami)

Il gioco Patchwork Doodle da noi proposto si inserisce all'interno della più generale categoria dei giochi di incastro, sui quali ci soffermeremo in questo contributo. Non esistono ancora articoli di ricerca specificatamente dedicati al gioco Patchwork Doodle, ma tra i giochi utilizzati in sperimentazioni didattiche troviamo: il Tangram; i classici puzzle; vari giochi che coinvolgono i polimini, tra cui il Tetris. Questi giochi coinvolgono lo spatial reasoning in compiti di (s)composizione di figure e rotazione mentale a cui si aggiungono anche alcuni aspetti logico-argomentativi (espressi in frasi del tipo "questo pezzo deve andare per forza in quella posizione perché...").

Forse, alcuni tra gli studi con i risultati migliori in termini di sviluppo di queste abilità sono proprio quelli relativi all'uso del Tetris con adolescenti (Okagaki & Frensch, 1994; Terlecki, Newcombe, & Little, 2008); ad oggi non sembra esserci uno studio analogo con bambini più piccoli, ma ci si aspettano risultati analoghi. Questo e altri studi mostrano l'importanza non solo del tempo speso in queste attività, ma anche della qualità. Per esempio, i compiti di disegno (del tipo "riproduci questa figura") sembrano essere favoriti dalla descrizione verbale (da parte

dei bambini) delle figure (Casey et al., 2008). In quest'ottica, abbiamo proposto di giocare a Patchwork Doodle con l'intera classe, facendo seguire al gioco vero e proprio alcune situazioni problematiche i cui stimoli erano partite simulate. Ai bambini veniva chiesto di valutare in quale situazione era possibile fare più punti e motivare la propria posizione per poi metterla a confronto con quella dei compagni di classe all'interno della discussione collettiva.

7. Non solo competenze matematiche

Il gioco in generale, e quello da tavolo in particolare, può avere importanti valenze educative che trascendono una singola disciplina (la matematica nel nostro caso) e che sono comunque fondamentali nello sviluppo dei bambini come cittadini (Ligabue, 2020). Tali competenze richiamano la nostra attenzione di docenti/educatori interessati alle dinamiche messe in atto per mezzo del gioco sulla prospettiva del *lifelong learning* a partire quindi dai primi anni di età, anche nei contesti scolastici. Competenze come quelle condivise a livello europeo nel 2018 e certificate anche al termine dei cicli di studio interrogano il mondo della scuola e dell'educazione circa la necessità di individuare modelli e strumenti didattici che rispondano alla possibilità da parte di tutti di raggiungere tali competenze.

I traguardi da raggiungere al termine del primo ciclo sono descritti nelle Indicazioni Nazionali per il Curricolo del 2012. Lo studente dovrebbe imparare ad affrontare in autonomia e responsabilità le situazioni di vita tipiche della propria età. Per quanto riguarda i bambini della scuola primaria, il gioco (collaborativo o competitivo) con altri è sicuramente uno dei contesti di collettività più comuni. Partecipare a un gioco significa comprenderne le regole e rispettarle. Il rispetto delle regole condivise è proprio uno dei traguardi di cui leggiamo nel profilo dello studente e costituisce chiaramente un importante obiettivo in riferimento allo sviluppo del senso di cittadinanza. Tuttavia, non è detto che per tutti i bambini, specialmente all'inizio della scuola primaria, sia facile gestire le emozioni che derivano dalla sconfitta e su questo specifico obiettivo potrebbe essere importante lavorare proprio nelle occasioni di didattica basata sull'uso dei giochi.

Ancora, sempre nel profilo in uscita descritto nelle Indicazioni Nazionali, leggiamo che lo studente al termine del primo ciclo "ha consapevolezza delle proprie potenzialità e dei propri limiti, utilizza gli strumenti di conoscenza per comprendere sé stesso e gli altri, per riconoscere ed apprezzare le diverse identità" (p. 10). Occorre quindi educare i bambini all'autovalutazione così come all'attenzione verso chi ha identità diverse dalla propria, per esempio a chi ha un diverso livello di abilità. Abbiamo notato – attraverso quanto riportato dalle insegnanti partecipanti al gruppo di ricerca – come il gioco si presti ad essere giocato (tutti insieme) anche da bambini con capacità diverse; dare diversi ruoli agli studenti può permettere di includere tutte le bambine e tutti i bambini nella stessa attività, creando così situazioni di inclusione in cui ognuno possa rendersi conto delle proprie risorse e dei propri limiti. Proprio in riferimento ai limiti, torniamo al testo del profilo in uscita, in cui leggiamo che lo studente "si assume le proprie responsabilità e chiede aiuto quando si trova in difficoltà e sa fornire aiuto a chi lo chiede" (p. 11). Il gioco fornisce molte occasioni in cui lo studente può chiedere aiuto o fornirne ai propri compagni secondo le proprie capacità. Non è detto però che i bambini abbiano consapevolezza di questo.

L'uso dei giochi da tavolo, anche quando molto semplice, permette all'allievo non solo di individuare strategie personali per lo sviluppo, ma anche di acquisire le caratteristiche necessarie per chiedere un supporto sia agli insegnanti (e gli adulti più in generale) sia ai pari.

A questo riguardo, il gioco da tavolo può diventare uno strumento ludico che permette di cominciare a lavorare non solo sull'autonomia, ma anche sulla *autoregolazione*: acquisendo le abilità di tipo autoregolativo, l'allievo potrà fornire al docente una valutazione più significativa rispetto a quella esclusivamente attribuita dall'insegnante, arrivando a sviluppare tre aspetti: a) la capacità di un'analisi autonoma del proprio operato; b) l'abilità di analizzare i propri processi di apprendimento; c) il ragionamento metacognitivo che lo studente (anche nei primi anni di vita) apprende, anche in forma molto semplice (per esempio, quale ragionamento è in grado di fare in autonomia, come utilizzare le abilità acquisite anche in contesti differenti, ecc.).

Per tutte le ragioni elencate, insieme alle osservazioni sugli apprendimenti matematici proposte precedentemente, proponiamo di affiancarne altre su questi aspetti trasversali. Insieme agli insegnanti coinvolti, abbiamo progettato anche strumenti di autovalutazione dello studente (fondamentali per l'obiettivo di acquisire consapevolezza delle proprie risorse e limiti) ideati proprio per studenti delle classi prima e seconda della scuola primaria.

Perché parlare, quindi, di giochi da tavolo? Le ipotesi avanzate degli autori del presente contributo sono strettamente collegate al tema del concedersi di sbagliare durante il gioco per supportare l'autovalutazione e quindi anche una valutazione come strumento di apprendimento e occasione di arricchimento, non solo delle proprie conoscenze matematiche, ma anche del proprio agire più in generale (cfr sezz. 2 e 3).

Il gioco da tavolo propone una possibile risposta alle modalità indicate. Riprendendo quanto descritto nella seconda sezione, proviamo a sintetizzare il processo autovalutativo in ottica ludica. Se riprendiamo la Figura 1, possiamo rileggerla con le stesse dinamiche dei giochi che abbiamo già testato con gli insegnanti e gli studenti in questi due anni di progetto (presentati nelle sezioni 5 e 6): Chiudi la scatola e Patchwork Doodle (Tabella 1).

	Chiudi la scatola	Patchwork Doodle
Richiesta del compito	Set-up del gioco	Set-up del gioco (anche se in diversi livelli)
Interazioni interpersonali	Sfida con se stesso Sfidare gli avversari	
Criteri condivisi	Regole del gioco	
Inizio – miglioramento – compito finale	Tiro dei dadi, abbassare le caselle, sommare i punti relativi alle caselle rimaste sollevate	Visione della carta, applicazione dei principi viso-spaziali, motricità fine per il disegno della figura
Possibili valutazioni esterne	Feedback da insegnante e compagni	
Azioni e monitoraggio	Abbassare le figure, verificare la mossa svolta, considerare gli errori	Disegnare la figura, colorarla, verificare di averla posizionata nel posto migliore
Valutazione e riflessione	Verifica delle scelte fatte durante il gioco e valutazione delle strategie da utilizzare nelle successive partite	
Successivo ciclo autoregolativo	Motivazione al giocare nuovamente	

Tabella 1 – Gioco da tavolo, autovalutazione e autoregolazione

Come già anticipato, il progetto Numeri e Pedine nasce come ricerca-formazione finalizzata allo studio condiviso tra ricercatori e insegnanti. È quindi dedicato un ampio spazio del progetto al tema della valutazione ludica e ludiforme (Visalberghi, 1958), al fine di permettere ai docenti non solo la possibilità di sviluppare competenze, di natura scientifico-matematica, ma anche lo sviluppo delle abilità necessarie al bambino per valutare le proprie prestazioni, fino ad essere autonomo nell'autovalutazione attraverso l'uso di giochi da tavolo.

L'uso dei giochi da tavolo, anche quando molto semplici, permette all'allievo non solo di individuare strategie personali per lo sviluppo, ma anche di acquisire le capacità necessarie per chiedere un supporto sia agli insegnanti (e gli adulti più in generale) sia ai pari.

7. Alcune sintetiche proposte conclusive

A partire da quanto evidenziato nelle precedenti sezioni, sintetizziamo alcuni aspetti che potrebbero aprire nuove piste di ricerca empirica.

Pur essendoci già un'ampia letteratura sul tema dell'autovalutazione e della sua possibilità di applicarla in classe, sull'importanza della voce degli studenti, lo scopo del progetto Numeri e Pedine verterà anche sulla possibilità di raccogliere il loro punti di vista, anche nei primi anni scolastici (spesso infatti sono sottovalutate le performance degli studenti in queste circostanze – Brown & Harris, 2013).

È interessante innanzitutto considerare il ruolo del gioco quale strumento di esercizio delle competenze autovalutative e autoregolative: attraverso la dimensione ludica e motivazionale, gli studenti sperimentano i processi autovalutativi e autoregolativi senza percepire l'eventuale carico di lavoro. Questo li aiuta inoltre nello sviluppo della tolleranza dell'errore, e diviene così oggetto maturazione una competenza necessaria secondo una prospettiva *lifelong learning*. Questo appare particolarmente significativo nel contesto della matematica (Borasi, 1987; Zan, 2007).

Per promuovere tutto questo, è importante formare gli insegnanti all'utilizzo dei giochi da tavolo utili al processo di miglioramento del lavoro sull'errore, partendo dalla loro stessa esperienza e supportandoli al confronto e all'autovalutazione dei loro stessi obiettivi. La progettazione e la realizzazione di percorsi di formazione possono divenire oggetto di ricerca.

Appare importante lavorare allo sviluppo di una comunità di pratica/di gioco che lavori sulla possibilità di esercitarsi ai feedback e al lavoro sull'autovalutazione e sugli errori, al fine non solo di condividere esperienze di lavoro in classe, ma anche di rielaborare il lavoro svolto. Nel caso di Numeri e Pedine questo sta avvenendo in riferimento alla didattica della matematica.

La motivazione – insieme alle emozioni – diventa quindi elemento essenziale perché l'autovalutazione contribuisca allo sviluppo degli atteggiamenti autoregolativi, così come fondamentale è il creare una comunità di classe che permetta di costruire un "luogo" dove si ha la possibilità di sbagliare. Un ulteriore direzione di ricerca è quindi data dal ruolo della sfera affettiva (Zan, 2007) nell'apprendimento della matematica in contesto ludico o ludiforme.

8. Bibliografia di riferimento

Andrade, H. L. (2010). Students as the definitive source of formative assessment: Academic self-assessment and the self-regulation of learning. In *Handbook of formative assessment* (pp. 90-105). Routledge.

Andrade, H. L., & Brown, G. T. (2016). Student self-assessment in the classroom. In *Handbook of human and social conditions in assessment* (pp. 319-334). London: Routledge.

Angeretti, E., Moè, A., Pazzaglia, F., & De Beni, R. (2007). Quando dire “bravo” non basta. Effetti della lode e dell’attribuzione all’impegno e all’abilità. *Psicologia e Scuola*, 134, 3-11.

Bennett, R. E., & Gitomer, D. H. (2009). Transforming K–12 assessment: Integrating accountability testing, formative assessment and professional support. In C. Wyatt-Smith & J.J. Cumming (a cura di) *Educational assessment in the 21st century* (pp. 43-61). Springer.

Baddeley, A., Eysenck, M.W., & Anderson, M.C. (2009). *La memoria*. Bologna: il Mulino.

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., Wiliam, D. (2003). *Assessment for learning: Putting it into practice*. Maidenhead, England: Open University Press.

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the learning of Mathematics*, 7(3), 2-8.

Brookhart, S. M. (2017). *How to give effective feedback to your students*. ASCD.

Brown, G. T., & Harris, L. R. (2014). The Future of Self-Assessment in Classroom Practice: Reframing Self-Assessment as a Core Competency. *Frontline Learning Research*, 2(1), 22-30.

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in Mathematics Education*, 15(3), 179-202.

Bruce, C. D., Davis, B., Sinclair, N., McGarvey, L., Hallowell, D., Drefs, M., & Okamoto, Y. (2017). Understanding gaps in research networks: using “spatial reasoning” as a window into the importance of networked educational research. *Educational Studies in Mathematics*, 95(2), 143-161. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9743-2>

Casey, B., Andrews, N., Schindler, H., Kersh, J. E., Samper, A., & Copley, J. (2008). The development of spatial skills through interventions involving block building activities. *Cognition and Instruction*, 26(3), 269-309.

Hatano, G., & Osawa, K. (1983). Digit memory of grand experts in abacus-derived mental calculation. *Cognition*, 15(1-3), 95-110.

Hawes, Z., Tepylo, D., & Moss, J. (2015). Developing spatial thinking. In B. Davis (a cura di) *Spatial Reasoning in the Early Years* (pp. 39-54). Routledge.

Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2009). Numerical and spatial intuitions: a role for posterior parietal cortex? In L. Tommasi, L. Nadel, & M. A. Peterson (a cura di), *Cognitive biology: evolutionary and developmental perspectives on mind, brain and behavior* (pp. 221–246). MIT Press.

Ligabue, A. (2020). *Didattica ludica. Competenze in gioco*. Trento: Erickson.

Maffia, A., Prisco, D., & Silva, L. (2021). Shut the box: sviluppare il senso del numero con un gioco da tavolo. In B. D’Amore (a cura di), *Atti del convegno Incontri con la matematica 35* (pp. 59-60). Bologna: Pitagora.

Maffia, A., & Silva, L. (2022). Teachers' Struggling in Identifying the Semiotic Potential of Mathematical Board Games. In C. A. Huertas-Abril, E. Fernández-Ahumada, & N. Adamuz-Povedano (Eds.) *Handbook of Research on International Approaches and Practices for Gamifying Mathematics*. IGI Global.

Maffia, A., & Silva, L. (2021). Primary teachers' professional development about mathematics assessment using tabletop games. In L. Gómez Chova, A. López Martínez, & I. Candel Torres (a cura di) *Atti della 14th international conference of education, research, and innovation* (pp. 8408- 8413). IATED Academy.

McLaughlin, M., & Talbert, J. E. (2006). *Building school-based teacher learning communities: Professional strategies to improve student achievement*. Teachers College Press.

McMillan (2018). *Using students' assessment mistakes and learning deficits to enhance motivation and learning*. Routledge.

Okagaki, L., & Frensch, P. A. (1994). Effects of video game playing on measures of spatial performance: gender effects in late adolescence. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 15(1), 33-58.

Panadero, E., Jonsson, A., & Botella, J. (2017). Effects of self-assessment on self-regulated learning and self-efficacy: Four meta-analyses. *Educational Research Review*, 22, 74-98.

Pellerey, M. (2011). La scelta del metodo di ricerca. Riflessioni orientative. *Italian journal of educational research*, 7, 107-111.

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child development*, 79(2), 375-394.

Sayers, J., & Andrews, P. (2015). Foundational number sense: Summarising the development of an analytical framework. In *Proceedings of CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 361-367). ERME.

Silva, L., & Maffia, A. (2021). Sviluppo della professionalità del docente sulla valutazione in matematica mediante l'uso del gioco da tavolo: un percorso di ricerca-formazione. In P. Lucisano (a cura di) *Ricerca e Didattica per promuovere intelligenza, comprensione e partecipazione*, vol. 1 (pp. 396-410). Pensa MultiMedia.

Spiller, D. (2012). Assessment matters: Self-assessment and peer assessment. *The University of Waikato*, 13, 2-18.

Stiggins, R.J. (2005). *Student-involved assessment for learning*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.

Terlecki, M., Newcombe, N., & Little, M. (2008). Durable and generalized effects of spatial experience on mental rotation: gender differences in growth patterns. *Applied Cognitive Psychology*, 22, 996-1013.

Trincherò, R., & Piscopo, M. (2012). *Gli scacchi, un gioco per crescere. Sei anni di sperimentazione nella scuola primaria*. Milano: FrancoAngeli.

Vandenberg, S. G., & Kuse, A. R. (1978). Mental rotations, a group test of three-dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 47(2), 599-604.

Visalberghi, A. (1958). *Esperienza e valutazione*. Firenze: La Nuova Italia.

Whiteley, W., Sinclair, N., & Davis, B. (2015). What is spatial reasoning? In B. Davis (a cura di) *Spatial Reasoning in the Early Years* (pp. 3-14). Routledge.

Wolfgang, C. H., Stannard, L. L., & Jones, I. (2001). Block play performance among preschoolers as a predictor of later school achievement in mathematics. *Journal of Research in Childhood Education*, 15(2), 173-180.

Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica*. Springer.

Data di ricezione dell'articolo: 29 luglio 2022

Date di ricezione degli esiti del referaggio in doppio cieco: 2 e 6 settembre 2022

Data di accettazione definitiva dell'articolo: 29 novembre 2022