

La formazione degli insegnanti di matematica e le valutazioni standardizzate: primi risultati di un progetto di ricerca nazionale interdisciplinare

Federica Ferretti, Ferdinando Arzarello, Ira Vannini

Abstract – *In recent years, many research studies in mathematics education have drawn on the results of standardized assessments. The results of standardized tests can highlight and quantify relevant macro-phenomena, which can be interpreted according to the methods and results of mathematics education research in order to provide useful information and interpretative tools for teachers. In this paper we describe a study carried out by the Research Group “INVALSI e Didattiche Disciplinari” – Osservatorio SIRD, aimed at investigating how more than 500 in-service primary school mathematics teachers interpret some statistically significant errors emerging in the INVALSI mathematics tests for fifth grades. The study focuses on teachers' awareness of some aspects of mathematics learning, including awareness of the main causes of students' errors and perceptions of the difficulties of some INVALSI tasks.*

Riassunto – *Negli ultimi anni, diverse ricerche in didattica della matematica si sono basate sui risultati delle valutazioni standardizzate. I risultati di queste prove possono evidenziare e quantificare macro-fenomeni rilevanti, interpretabili secondo i metodi e i risultati della ricerca dell'educazione matematica, anche al fine di fornire informazioni utili e strumenti interpretativi per gli insegnanti. In questo lavoro descriviamo uno studio svolto dal Gruppo di ricerca “INVALSI e Didattiche Disciplinari” – Osservatorio SIRD, volto ad indagare come più di 500 insegnanti di matematica in servizio nella scuola primaria interpretano alcuni errori statisticamente rilevanti che emergono nelle prove INVALSI di matematica per le classi quinte. Lo studio è focalizzato sulla loro consapevolezza di alcuni aspetti dell'apprendimento della matematica, tra cui quella riguardante le principali cause degli errori degli studenti come pure la loro percezione delle difficoltà di alcuni quesiti INVALSI.*

Keywords – teachers' professional development, standardized assessment, mathematics education, formative needs, INVALSI tests

Parole chiave – formazione insegnanti, valutazioni standardizzate, didattica della matematica, bisogni formativi, prove INVALSI

Federica Ferretti è PhD in Matematica e Ricercatrice senior MAT04 presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Ferrara. I suoi principali interessi di ricerca sono la valutazione in Matematica e la formazione degli insegnanti di Matematica. È stata invitata come “Co-Leader” del “TWG 20 – Mathematics Teacher Knowledge, Beliefs and Identity” del prossimo *13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME 13*, in cui è membro dell'*IPC-International Program Committee* e dell'*IPC-International Program Committee*, e come “Co-Leader” del *Topic Study Group “Research and development in testing (national and international) in mathematics education”* del prossimo *ICME 2025 - 15th International Congress on Mathematical Education*. È autrice di più di 80 fra articoli e capitoli di libri in riviste e volumi a diffusione nazionale e internazionale.

Ferdinando Arzarello è Professore Emerito di Matematiche Complementari dell'Università di Torino. È stato presidente della Commissione UMI-MIUR per l'elaborazione di un curricolo di Matematica (Matematica per il Cittadino) e responsabile scientifico del progetto ministeriale m@t.abel per l'insegnamento della matematica; dal 1998 al 2006 presidente della CIIM; dal 2009 al 2013 presidente dell'ERME; dal 2013 al 2016 presidente dell'ICMI. È autore di più di 150 fra articoli e capitoli di libri in riviste e volumi internazionali su vari argomenti di didattica della matematica: insegnamento di algebra, geometria e analisi elementare nella scuola, Embodiment e matematica, Progettazione curricolare, Quadri teorici per l'insegnamento/apprendimento della Matematica.

Ira Vannini è Professoressa Ordinaria in Pedagogia Sperimentale all'Università di Bologna e insegna *Metodologia della ricerca empirica e valutativa* e *Teorie e metodi di progettazione e valutazione* nei corsi per docenti e professionisti in ambito educativo. È Vice direttrice del Dipartimento di Scienze dell'Educazione "G.M. Bertin". In sinergia con il Centro CRESPI, le sue recenti attività di ricerca riguardano la valutazione degli apprendimenti e dei contesti, nella scuola e nell'higher education; i percorsi di Ricerca-Formazione e la ri-progettazione curricolare in ambito scolastico e universitario; l'analisi delle metodologie di formazione dei docenti anche attraverso le tecniche di videoanalisi; il monitoraggio di sperimentazioni didattiche; il rapporto tra insegnanti e valutazione scolastica e le pratiche di formative assessment. È membro del Direttivo della Società Italiana di Ricerca Didattica (SIRD).

1. Inquadramento del progetto di ricerca

Il contributo mostra i primi risultati di un progetto di ricerca interdisciplinare condotto dal Gruppo INVALSI-Didattiche Disciplinari, Osservatorio della S.I.R.D. – Società Italiana di Ricerca Didattica, formato da esperti di didattica di matematica e informatica, pedagogisti sperimentali e insegnanti in servizio.

Gli Osservatori della SIRD (<https://www.sird.it/osservatorio-didattica-e-saperi/>) nascono da un'esigenza di coesione emersa dall'esperienza condotta in questi anni dai diversi atenei italiani nel campo della formazione degli insegnanti che ha messo in evidenza, con sempre maggiore forza, come la professionalità dei docenti si fondi sull'integrazione coerente, intelligente, dei saperi pedagogico-didattici con quelli dei diversi settori disciplinari. La finalità degli Osservatori è di promuovere il dialogo fra il mondo della ricerca didattica e quello della didattica delle discipline per quanto riguarda tutti i livelli scolastici. Più specificamente, gli obiettivi che si intendono perseguire sono quelli di offrire un contributo scientifico al dibattito in corso nel mondo istituzionale e politico; progettare iniziative di formazione/confronto sul tema; avviare progetti di ricerca a cui collaborino congiuntamente ricercatori provenienti dal mondo della ricerca didattica e valutativa e ricercatori provenienti dalle diverse aree disciplinari.

Nel panorama educativo attuale, gli obiettivi della formazione e dello sviluppo della professionalità docente sono un fatto via via più complesso; il dibattito evidenzia l'inconsistenza di una formazione incentrata su "tecniche" specifiche avulse dai contesti e sottolinea sempre più la necessità di una formazione docente capace di sviluppare conoscenze e abilità che consolidino autonomie, basate sulle teorie di apprendimento e accompagnate da riflessioni sistematiche sui processi di insegnamento-apprendimento. In questa visione, l'insegnante, o il futuro insegnante, è soggetto attivo del proprio percorso formativo e gli interessi di ricerca in questo ambito si focalizzano in modo peculiare sulle competenze specifiche che un docente dovrebbe possedere

per agire in modo consapevole la propria professionalità: auto-valutando le proprie pratiche, riflettendo sulle proprie convinzioni e autoregolando la propria didattica attraverso pratiche progettuali rispondenti ai bisogni dei contesti scolastici.

Il nostro progetto di ricerca ha origine dall'intento di offrire un contributo in tal senso alla formazione degli insegnanti di matematica: a partire dalla raccolta e sistematizzazione di informazioni sulle convinzioni e gli usi didattici delle prove INVALSI nelle scuole (in particolare nelle scuole primarie), si vuole riflettere sui bisogni formativi dei docenti e sulle modalità più opportune per supportarli nella riflessione e presa di consapevolezza della propria didattica, per ripensarla in un'ottica di migliore qualità. In particolare, il progetto, tutt'ora ancora in corso, intende individuare – a partire da dati empirici su come pensano e agiscono gli insegnanti – alcune linee guida per la formazione iniziale e in-servizio. Lo scopo è di mettere in luce i possibili collegamenti virtuosi tra le prove INVALSI di Matematica, il loro uso didattico e i processi di insegnamento-apprendimento della Matematica nelle classi con bambini e bambine dai 6 agli 11 anni.

In letteratura esiste un diffuso consenso su come il tema delle valutazioni standardizzate dovrebbe entrare nella formazione dei docenti¹ e diverse ricerche mostrano come un utilizzo informato e consapevole delle valutazioni INVALSI nei contesti formativi dedicati agli insegnanti potrebbe avere un impatto positivo² sullo sviluppo della loro professionalità. Il disegno della ricerca empirica messo a punto all'interno del progetto si inserisce in questa prospettiva: ed è volto a conoscere, descrivere, interpretare convinzioni, atteggiamenti e dichiarazioni di pratiche degli insegnanti in-servizio nei confronti dell'INVALSI: sia dell'INVALSI come Istituto, con le sue finalità e modalità di lavoro, sia delle prove INVALSI di Matematica e delle loro ricadute sulla didattica.

L'obiettivo è perseguito attraverso l'attivazione di ripetute, valide e affidabili rilevazioni di dati al fine di comprendere quali siano gli "strumenti" che gli insegnanti hanno e, soprattutto, utilizzano per leggere e interpretare le rilevazioni INVALSI e di quali "strumenti" dispongano per individuare possibili ricadute di tali prove sulla loro didattica della matematica.

In vista di tale obiettivo, come si vedrà, è stato individuato un disegno di ricerca osservativa correlazionale attraverso l'uso di un questionario, con momenti di rilevazione ripetuti: dapprima con *try out* su piccoli gruppi, per testare lo strumento; in seguito, con una indagine su ampio campione (statisticamente non rappresentativo) e, infine, con una indagine su campione rappresentativo (a tutt'oggi in via di realizzazione).

¹ Cfr. C. Campbell, B. Levin, *Using data to support educational improvement*, in "Educational Assessment, Evaluation and Accountability" (formerly: "Journal of Personnel Evaluation in Education"), 21(1), 2009, pp. 47-65; J. W. Looney, *Integrating Formative and Summative Assessment: Progress Toward a Seamless System?*, OECD Education Working Papers, No. 58, OECD Publishing, 2011.

² Cfr. F. Ferretti, A. Gambini, G. Santi, *The Gestinv Database: A Tool for Enhancing Teachers Professional Development within a Community of Inquiry*, in H. Borko, D. Potari (Eds.), *Proceedings of the Twenty-fifth ICMI Study School Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups*, Portugal, University of Lisbon, 2020, pp. 621-628; F. Ferretti, F. Martignone, G. Santi, *Analysis of standardized tests and pre-service teacher education: reflections on developed teachers' specialized knowledge*, in Hodgen, J. Geraniou, G. Bolondi, F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)*, Bozen-Bolzano, ERME/Free University of Bozen-Bolzano, 2023.

Come si è detto, lo scopo più ampio della ricerca è di identificare i bisogni formativi dei docenti a livello nazionale all'interno delle scuole primarie al fine di ipotizzare linee efficaci di intervento e proporre linee guida per il miglioramento delle prassi per quanto riguarda l'uso didattico delle rilevazioni INVALSI.

1.1. Le conoscenze specialistiche degli insegnanti di matematica

Si riscontra un diffuso consenso in letteratura su come le conoscenze degli insegnanti, le loro convinzioni sulla disciplina e sulle dinamiche dei processi di insegnamento-apprendimento svolgano un ruolo chiave nelle loro pratiche e, conseguentemente, influenzino profondamente le loro pratiche didattiche.

In ambito matematico, la maggior parte delle ricerche su questo tema si basano sugli studi fondazionali di Shulman³ che definì le conoscenze necessarie agli insegnanti di matematica individuandone due componenti distinte, ma tra loro fortemente interconnesse: la *Conoscenza della disciplina* - Subject Matter Knowledge e la *Conoscenza pedagogica dei contenuti* – “Pedagogical Content Knowledge”. A partire da questi studi, vennero sviluppati diversi costrutti riguardanti le conoscenze degli insegnanti di matematica, tra cui il modello MTK – *Mathematical Knowledge for Teaching model*⁴, ancora oggi uno dei più utilizzati nel campo, focalizzato sugli approcci empirici alla comprensione dei contenuti matematici necessari all'insegnamento. Nel modello MTK è introdotta una concettualizzazione delle conoscenze e delle abilità matematiche necessarie per l'insegnamento, la *Conoscenza specialistica dei contenuti*, che comprende le specificità delle conoscenze matematiche, in riferimento a specifici argomenti matematici, richiesti dagli insegnanti (e solo agli insegnanti), per sviluppare la loro professionalità in modo da supportare gli studenti nello sviluppo della comprensione e conoscenza di quegli specifici argomenti matematici. Nel modello non è solo delineata la conoscenza disciplinare, ma sono anche riconosciuti e definiti tre tipi di *Conoscenza pedagogica dei contenuti*: la *Conoscenza dei contenuti e degli studenti* (Knowledge of Content and Students), la *Conoscenza dei contenuti e dell'insegnamento* (Knowledge of Content and Teaching), e la *Conoscenza dei contenuti e del curriculum* (Knowledge of Content and Curriculum). La *Conoscenza dei contenuti e degli studenti* consiste nelle conoscenze che supportano l'abilità di individuare e prevedere le principali difficoltà che gli allievi potrebbero incontrare durante il proprio processo di apprendimento. La *Conoscenza dei contenuti e dell'insegnamento* mette in relazione la conoscenza matematica con la conoscenza dell'insegnamento, relazione determinante sia per quanto riguarda la progettazione (e la valutazione) sia per quanto riguarda le pratiche d'aula: queste conoscenze influiscono, ad esempio, sulla scelta di diverse rappresentazioni, sul ricorso a opportuni esempi, e sull'identificazione di metodologie e strategie didattiche efficaci. La *Conoscenza del curriculum* riguarda l'insieme delle indicazioni ministeriali curriculari e dei materiali che a essi fanno

³ Cfr. L.S. Shulman, *Those who understand: Knowledge growth in teaching*, in “Educational researcher”, 15(2), 1986, pp. 4-14.

⁴ Cfr. D.L. Ball, M.H. Thames, G. Phelps, *Content knowledge for teaching: What makes it special?*, in “Journal of teacher education”, 59(5), 2008, pp. 389-407.

riferimento. Ognuna di queste conoscenze richiede interazioni continue tra la matematica intesa come disciplina e le conoscenze pedagogiche sull'apprendimento degli studenti. Ed è proprio all'interno di questa visione olistica delle conoscenze necessarie per l'insegnamento che si basa la progettazione della prima fase di indagine del nostro progetto di ricerca, frutto di una stretta collaborazione tra didattici disciplinari e pedagogisti. Oggetto del contributo sarà l'analisi dei risultati ottenuti in una prima fase quantitativa del progetto, volta ad indagare la *Conoscenza pedagogica dei contenuti*⁵.

2. Progettazione e prime somministrazioni del questionario

2.1 La prima fase del progetto

In linea con gli obiettivi del progetto, l'impianto di ricerca ha previsto l'individuazione di specifiche ipotesi correlazionali e, in relazione ad esse, è stato progettato e somministrato un questionario, le cui caratteristiche sono approfondite nel paragrafo seguente.

2.2. Il questionario

La progettazione del questionario si è fondata sulle variabili e sulle ipotesi di ricerca relative alle relazioni tra le variabili rappresentate in Figura 1.

⁵ Cfr. D. L. Ball, M. H. Thames, G. Phelps, *Content knowledge for teaching: What makes it special?* in "Journal of teacher education", 59(5), 2008, pp. 389-407.

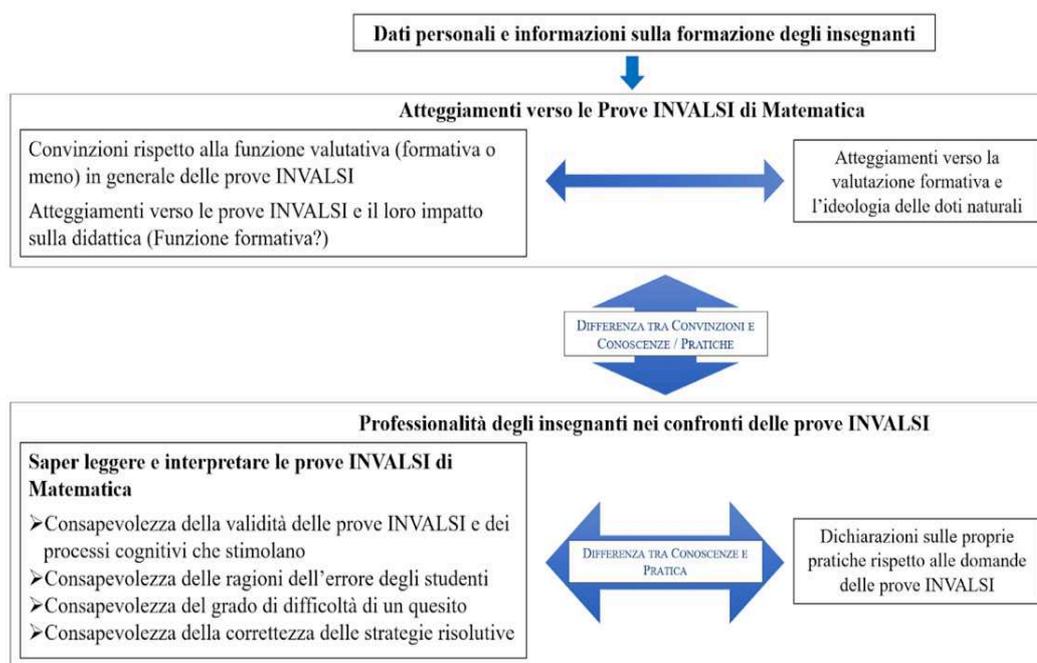


Figura 1 – Il quadro delle variabili della ricerca

Il questionario è costituito da due ambiti di variabili, uno specificamente di Didattica della Matematica e uno relativo ad aspetti di Didattica generale (didattica e valutazione): essi compaiono sinteticamente nelle due parti (rispettivamente nel riquadro più in basso e nel riquadro centrale) dei riquadri di Figura 1. Questi due ambiti sono declinati in 51 domande (per la maggior parte a risposta chiusa e con scale di ranking), suddivisi in tre sezioni principali: una prima sezione di didattica della matematica, una seconda sezione relativa alle convinzioni e agli atteggiamenti degli insegnanti verso le prove INVALSI e verso l'uso di una valutazione con funzione diagnostico-formativa, una terza sezione che raccoglie dati personali e informazioni sui percorsi formativi e professionali degli insegnanti.

In dettaglio, le variabili di Didattica della Matematica sono finalizzate ad analizzare quanto i contenuti e le abilità matematiche rilevate con le prove INVALSI siano: a) più o meno vicini alle pratiche didattiche personali quotidiane; b) vissute come coerenti/incoerenti con le Indicazioni nazionali e siano riconosciute o meno in modo coerente con le intenzioni di INVALSI; c) ritenute utili per influenzare/innovare la pratica didattica personale. Nella prima sezione sono quindi ripresi sette item delle prove INVALSI di matematica di grado 5 e grado 6, e per ciascun item vengono proposte domande volte ad indagare la *Conoscenza pedagogica dei contenuti*, declinate nei tre sotto-domini (la *Conoscenza dei contenuti e degli studenti*, la *Conoscenza dei contenuti e dell'insegnamento* e la *Conoscenza del curriculum*) in relazione alle capacità di lettura e interpretazione dei testi e dei dati degli item INVALSI, della loro coerenza con le Indicazioni ministeriali e delle possibili cause dei macro-fenomeni emersi dall'analisi dei risultati delle prove

INVALSI in sede nazionale. Come mostrato dalla ricerca⁶, la consistenza del quadro teorico delle prove INVALSI di matematica con le Indicazioni Curricolari Ministeriali e i principali risultati di ricerca in didattica della matematica, come anche il disegno delle rilevazioni e le modalità di restituzione dei dati⁷, fanno sì che i macro-fenomeni evidenziati in sede di rilevazione nazionale possano fornire informazioni utili e diventare strumenti interpretativi di alcuni aspetti dei processi di insegnamento e apprendimento della matematica specifici del contesto italiano.

La seconda sezione, di Didattica generale, è volta a indagare opinioni, convinzioni e atteggiamenti degli insegnanti verso le prove INVALSI e gli atteggiamenti nei confronti di un uso diagnostico-formativo della valutazione in classe e dell'ideologia delle doti naturali⁸. Questa sezione è costituita da un insieme più ampio di pre-condizioni, rappresentato da variabili di opinione e atteggiamento più generali, relative a costrutti inerenti alla visione delle funzioni della valutazione nella scuola e la fiducia nelle potenzialità didattiche. Le attuali prospettive di ricerca in ambito docimologico convergono sull'importanza dell'utilizzo del Formative Assessment⁹. Questo è inteso come un insieme di strategie integrate nel processo d'insegnamento e finalizzate a raccogliere informazioni sull'apprendimento degli studenti. Si otterrà così un feedback per migliorare e apportare aggiustamenti all'intervento didattico¹⁰ nella prospettiva di individuare e promuovere l'equità nei risultati di apprendimento¹¹. Come messo in luce dalla letteratura¹², l'utilizzo di un approccio formativo della valutazione è necessariamente legato a un cambiamento di paradigma di tutto il processo di insegnamento e apprendimento: è necessario passare da una visione di un processo di acquisizione di contenuti basato sulla trasmissione da parte dell'insegnante a una concettualizzazione dell'apprendimento come un processo in cui lo studente costruisce attivamente le proprie conoscenze e competenze. In questa prospettiva, ricopre un ruolo centrale il valore formativo dell'errore e dei *formative feedback* e *formative*

⁶ Cfr. G. Bolondi, F. Ferretti, *Quantifying Solid Findings in Mathematics Education: Loss of Meaning for Algebraic Symbols*, in "International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education", 29(1), 2021, pp. 1-15; F. Ferretti, G. Bolondi, *This cannot be the result! The didactic phenomenon "the Age of the Earth"*, in "International Journal of Mathematical Education in Science and Technology", 52(2), 2019, pp. 194-207.

⁷ Cfr. INVALSI, *Quadro di riferimento delle prove di INVALSI di matematica*, 2018, https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf.

⁸ Cfr. A. Ciani, I. Vannini, *Equità e didattica. Validazione di scale sulle convinzioni di insegnamento democratico*, in "CADMO", 25(2), 2017, pp. 5-32.

⁹ Cfr. I. Vannini (a cura di), *Una valutazione che analizza e ricostruisce. Rileggere oggi Didattica e Docimologia in dialogo con Mario Gattullo*, Roma, Armando Editore, 2022.

¹⁰ Cfr. P. Black, D. Wiliam, *Developing the theory of formative assessment*, in "Educational Assessment, Evaluation and Accountability" (formerly: "Journal of Personnel Evaluation in Education"), 21(1), 2009, pp. 5-31.

¹¹ Cfr. A. Ciani, E. Pasolini, I. Vannini, *Il formative assessment nelle convinzioni e nelle pratiche degli insegnanti. Analisi secondarie da una indagine sui docenti di scuola media di due regioni italiane*, in "Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies (ECPS Journal)", 24, 2021, pp. 45-65.

¹² Cfr. L. O'Keeffe, A. Rosa, I. Vannini, B. White, *Promote Informal Formative Assessment practices in Higher Education: the potential of video analysis as a training tool*, in "Form@re-Open Journal per la formazione in rete", 20(1), 2020, pp. 43-61.

forwards, concetti in linea con un utilizzo in ottica diagnostico-formativa delle valutazioni standardizzate¹³ e, al contrario, in contrasto con la cosiddetta ideologia delle doti naturali¹⁴, ossia con la convinzione che l'azione didattica non possa agire sulle lacune manifestate dagli alunni. In linea con tali considerazioni teoriche, in questa sezione del questionario sono indagate, insieme, conoscenze e convinzioni degli insegnanti, sia sul legame delle valutazioni standardizzate con i processi di insegnamento e apprendimento, sia su costrutti centrali della professionalità docente quali la valutazione formativa e l'ideologia delle doti naturali.

2.3. La somministrazione del questionario

Il questionario è stato inizialmente somministrato nell'ottobre 2019 in modalità telematica a 105 insegnanti. Questa prima fase di *try out* ha permesso di pre-testare il questionario e, in base alle analisi e all'interpretazione dei risultati ottenuti, sono state apportate modifiche sia dal punto di vista contenutistico in un'ottica di maggiore aderenza agli obiettivi di ricerca sia per una maggiore validità e affidabilità degli item da un punto di vista metrologico.

La nuova versione del questionario ha costituito lo strumento di rilevazione all'interno di un *main study* condotto nei mesi di marzo e aprile 2020. La somministrazione è avvenuta in modalità telematica e ha coinvolto 427 docenti, con 421 casi validi. In entrambe le fasi, i partecipanti erano docenti di scuola primaria provenienti da diverse regioni distribuite sul territorio nazionale, ma non costituiscono un campione statisticamente rappresentativo. I dati raccolti sono stati codificati e analizzati utilizzando il software statistico *IBM® SPSS® Statistics 27*.

I primi risultati ottenuti dal gruppo di ricerca a conclusione delle due prime rilevazioni sono stati oggetto di diverse pubblicazioni a livello nazionale e internazionale¹⁵. Nel paragrafo successivo viene presentata l'analisi quantitativa di alcuni dei principali risultati ottenuti dai dati

¹³ Cfr. J. W. Looney, *Integrating Formative and Summative Assessment: Progress Toward a Seamless System?*, OECD Education Working Papers, No. 58, OECD Publishing, 2011.

¹⁴ Cfr. E. Truffelli, I. Vannini, *Convinzioni e atteggiamenti degli insegnanti di scuola primaria italiani e orientamento all'uso formativo delle prove INVALSI di matematica*, in L. Lucisano (a cura di), *Ricerca e Didattica per promuovere intelligenza comprensione e partecipazione*, Lecce-Rovato, Pensa, 2021, pp. 376-395.

¹⁵ Cfr. F. Arzarello, F. Ferretti, *The connection between the mathematics INVALSI test and the teaching practices: an explorative study*, in P. Falzetti (a cura di), *I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca*, Milano, FrancoAngeli, 2021; E. Faggiano, F. Ferretti, F. Arzarello, *How do primary teachers interpret and use standardized assessment: the case of the crochet placemats*, in Hodgen, J. Geraniou, G. Bolondi, F. Ferretti (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)*, Bozen-Bolzano, ERME/Free University of Bozen-Bolzano, 2023; O. Rizzo, E. Faggiano, A. Monaco, V. Vaccaro, *An exploratory study on the connection between INVALSI assessment and Mathematics teaching and learning processes at the Primary School level*, in *I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca e la didattica*, Milano, FrancoAngeli, 2021; E. Truffelli, G. Asquini, *Concezioni della valutazione e dell'apprendimento in insegnanti di matematica nella scuola primaria*, in "CADMO", 1, 2022, pp. 51-66; E. Truffelli, I. Vannini, *Convinzioni e atteggiamenti degli insegnanti di scuola primaria italiani e orientamento all'uso formativo delle prove INVALSI di matematica*, in Lucisano L. (a cura di), *Ricerca e Didattica per promuovere intelligenza comprensione e partecipazione*, Lecce-Rovato, Pensa, 2021, pp. 376-395; V. Vaccaro, E. Faggiano, F. Ferretti, *Consapevolezza degli insegnanti delle ragioni degli errori degli*

relativi alla prima sezione del questionario, quella maggiormente attinenti ai temi della Didattica della matematica.

3. Primi risultati

Focus dell'analisi sarà quello che Arzarello e Ferretti hanno denotato come "three-fold meta-didactical conflict"¹⁶, costruito emerso dall'analisi quantitativa di alcune delle risposte fornite nella sezione di Didattica della matematica del questionario. La contestualizzazione di questo conflitto meta-didattico nasce dall'analogia tra il piccolo contesto di una classe di matematica abituale e il contesto scolastico nazionale generale, che la ricerca sta prendendo in considerazione. Nell'analisi delle interazioni in classe è comune osservare quello che Anna Sfard chiama un "discorso incommensurabile"¹⁷ tra l'insegnante e gli studenti e tra studenti: spesso accade che – nei processi comunicativi delle pratiche didattiche in classe – studenti e insegnanti usino le stesse parole ma con significati diversi, senza essere consapevoli delle differenze. Si generano conflitti che, se non sono esplicitati e superati, possono avere serie conseguenze sul successo dei processi di insegnamento/apprendimento in classe.

Qualcosa di simile è successo quando abbiamo analizzato le risposte al questionario: anche in questo contesto abbiamo trovato linguaggi incommensurabili: essi identificano il cosiddetto "three-fold meta-didactical conflict". Come suggerisce il nome, questo conflitto ha tre componenti ed è meta-didattico poiché riguarda i discorsi sui processi didattici come la valutazione, le competenze e gli errori degli studenti, ecc. e non i concetti matematici pensati in sé come costrutti teorici.

Di seguito, illustreremo dettagliatamente le tre singole componenti:

1. La prima componente: la percezione della difficoltà dei quesiti

La prima componente del conflitto riguarda il fatto che molti insegnanti percepiscono le difficoltà dei quesiti delle prove INVALSI di matematica in modo molto diverso da quanto emerge dai dati a livello nazionale. La percezione della difficoltà di un quesito è un tema molto dibattuto nella letteratura nel campo da diversi anni¹⁸. Nel nostro studio, la percezione e, quindi, la stima

studenti in matematica: uno studio esplorativo nella scuola primaria, in *Ricerca e Didattica per promuovere intelligenza comprensione e partecipazione*, Atti del X convegno della SIRD, aprile 2021, Lecce-Rovato, Pensa, 2021, pp. 411-430.

¹⁶ Cfr. F. Arzarello, F. Ferretti, *The connection between the mathematics INVALSI test and the teaching practices: an explorative study*, in P. Falzetti (a cura di), *I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca* (Novembre 2019), Milano, FrancoAngeli, 2021.

¹⁷ A. Sfard, *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2008.

¹⁸ Cfr. I. Lorge, L. K. Kruglov, *The improvement of the estimates of test difficulty* in "Educational and Psychological Measurement", 13, 1953, pp. 34-46.

J. C. Impara, B. S. Plake, *Teachers' ability to estimate item difficulty: A test of the assumptions in the Angoff standard setting method*, in "Journal of Educational Measurement", 35(1), 1998, pp. 69-81.

della difficoltà degli item, non rientra nell'ambito della validità metrologica di un test¹⁹, ma si inserisce in un discorso più ampio che mira a indagare la *consapevolezza* degli insegnanti in merito ai possibili ostacoli che si possono frapporre alla corretta risoluzione di un item da parte dello studente

La domanda del questionario che mette in luce questa prima componente si riferisce al quesito 10 della prova INVALSI di matematica a.s. 2008-09 di Grado 5 (Fig. 2).

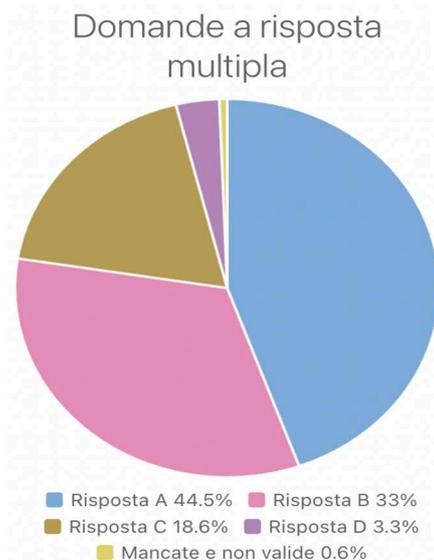
<p>10. A quale numero corrispondono “12 decine, 7 decimi e 2 millesimi”?</p> <p><input type="checkbox"/> A. 12,702.</p> <p><input type="checkbox"/> B. 120,702.</p> <p><input type="checkbox"/> C. 12,72.</p> <p><input type="checkbox"/> D. 120,72.</p>
--

Figura 2 – Quesito 10, Prova INVALSI di matematica a.s. 2008-09, Grado 5 (Fonte: www.gestinv.it)

Nel quadro della teoria della gestione delle rappresentazioni di Duval²⁰, la risoluzione del quesito richiede una conversione, cioè una trasformazione semiotica da una rappresentazione in un registro (in questo caso il registro verbale) a un'altra rappresentazione in un registro differente (il registro numerico posizionale in base 10). Come mostrato dalla letteratura, le gestioni delle trasformazioni di conversione sono particolarmente difficili da realizzare perché non esistono regole sintattiche che leghino le due rappresentazioni nei due diversi registri cui esse appartengono. In questo caso, una delle principali difficoltà è riconducibile alla gestione di conversione di “12 decine”. Le difficoltà incontrate dagli studenti sono confermate dalle percentuali nazionali rappresentate in Figura 3.

¹⁹ Cfr. M. T. Kane, *Validating the performance standards associated with passing scores*, in “Review of Educational Research”, 64, 1994, pp. 425-461.

²⁰ R. Duval, *Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée*, in “Annales de Didactique et de Sciences Cognitives”, 5, 1993, pp. 37-65.



*Figura 3 – Percentuali di risposte nazionali del quesito 10,
Prova INVALSI di matematica a.s. 2008-09, Grado 5 (Fonte: www.gestinv.it)*

Come si può vedere in Figura 3, a livello nazionale la percentuale di risposte corrette (opzione B) è del 33%: ha risposto correttamente soltanto un terzo degli studenti italiani. Il 44% degli studenti a livello nazionale, più di quelli che hanno risposto correttamente, ha scelto l'opzione A in cui sono state gestite correttamente le conversioni di tutti gli altri elementi, tranne "12 decine". Nel questionario non sono state fornite le percentuali di risposte ed è stato chiesto agli insegnanti di stimare il grado di difficoltà del quesito, in termini di "quanto considerino difficile questo quesito al termine della classe quinta della scuola primaria".

Nella tabella seguente (Tab. 1) sono riportati i risultati con riferimento alle 516 risposte valide raccolte (1 = molto facile, 10 = molto difficile).

valore	# risposte
1	75
2	143
3	86
4	39
5	67
6	29
7	37
8	30
9	7
10	3

*Tabella 1 – Risposte ottenute in riferimento alla domanda
del questionario sulla difficoltà del quesito INVALSI*

Come si può osservare in Tabella 1, la percezione della difficoltà del quesito da parte degli insegnanti è molto diversa dal trend nazionale: 410 insegnanti su 516, quasi l'80%, ha scelto una risposta compresa tra da 1 a 5. Quasi la metà degli insegnanti, il 42%, sceglie i primi due valori, ritenendo quindi il quesito molto facile. I dati suggeriscono una differente percezione del grado di difficoltà di un quesito, in riferimento ai dati ottenuti in sede di valutazione standardizzata.

2. La seconda componente: la consapevolezza delle cause degli errori degli studenti

La seconda componente riguarda il fatto che molti insegnanti interpretano le cause degli errori degli studenti rilevati in sede di valutazione standardizzata INVALSI in modo completamente diverso da quello che appare dai dati nazionali. In questa direzione, sono rilevanti le risposte a quattro domande del questionario che fanno riferimento ai seguenti quattro quesiti delle prove INVALSI di matematica: D3 e D25 Grado 6 - a.s. 2011-12, D31, Grado 5 – a.s. 2015-16, D17, Grado 5 – a.s. 2008-09.

Per ciascuno dei quesiti è stata riportata la percentuale delle risposte corrette a livello nazionale ed è stato richiesto agli insegnanti di indicare quale sia, tra alcune motivazioni proposte, la principale causa del dato rilevato. I quesiti, tutti a risposta chiusa, sono stati individuati dai ricercatori in quanto in ciascuno di essi la causa della scelta di almeno una delle opzioni sbagliate è chiaramente inquadrabile con alcuni dei costrutti più noti e condivisi della letteratura in didattica della matematica a livello internazionale (come, ad esempio, il costrutto di *contratto didattico* di Brousseau²¹, o la teoria delle *intuitive rules* di Stavy e Tirosh²²). Tra le motivazioni proposte ce n'è almeno una rappresentativa di un inquadramento della causa degli errori in linea con la letteratura. Come mostrato nell'immagine sottostante (Fig. 4), il 35% degli insegnanti non fornisce la risposta attesa in nessuna delle quattro domande e solo l'1% risponde in modo coerente con la letteratura a tutte e quattro le domande²³.

²¹ G. Brousseau, *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, in "Recherches en didactique des mathématiques", 7(2), 1986, pp. 33-115.

²² R. Stavy, D. Tirosh, *Intuitive rules in science and mathematics: the case of 'More of A More of B'*, in "International Journal for Science Education", 18(6), 1996, pp. 553-667.

²³ Cfr. V. Vaccaro, E. Faggiano, F. Ferretti, *Consapevolezza degli insegnanti delle ragioni degli errori degli studenti in matematica: uno studio esplorativo nella scuola primaria*, cit.

Consapevolezza delle ragioni dell'errore		
	Frequenza	Percentuale valida
Non risponde correttamente a nessuna delle domande sull'interpretazione dell'errore	184	35,0
Risponde correttamente a 1 delle domande sull'interpretazione dell'errore	178	33,8
Risponde correttamente a 2 delle domande sull'interpretazione dell'errore	115	21,9
Risponde correttamente a 3 delle domande sull'interpretazione dell'errore	44	8,4
Risponde correttamente a 4 delle domande sull'interpretazione dell'errore	5	1,0
Totale	526	100,0

Figura 4 – Tabella riassuntiva dei risultati in riferimento alla consapevolezza delle cause degli errori

3. La terza componente: la percezione dello scopo dei quesiti

La terza componente è una conseguenza delle due precedenti e riguarda il modo contraddittorio con cui gli insegnanti interpretano lo scopo dei quesiti delle prove INVALSI di matematica.

Per ogni domanda della prima sezione del questionario sono presenti due ulteriori domande, volte ad indagare quanto gli insegnanti ritengano ciascun quesito delle prove INVALSI di matematica prima visto adatto a valutare l'apprendimento degli studenti e quanto utilizzino questi quesiti nelle loro pratiche didattiche. I risultati ottenuti in riferimento ai quesiti INVALSI focus della prima sezione del questionario rivelano forti contraddizioni tra la risposta a queste due domande e la consapevolezza delle cause degli errori e la percezione della difficoltà dei quesiti. Ad esempio, per quanto riguarda il primo quesito indagato (inerente alla gestione delle rappresentazioni semiotiche di numeri decimali), la cui difficoltà rilevata a livello nazionale non corrisponde con quella percepita dagli insegnanti, è stato considerato uno dei quesiti più adatti alla valutazione (445 insegnanti su 516, l'86%) e il più utilizzato nelle pratiche didattiche (452 insegnanti su 516, l'88%). Situazioni analoghe si sono verificate in riferimento agli altri quesiti presenti nella prima sezione; in dettaglio, a fronte di una mancata consapevolezza dello scopo, della difficoltà e dei macro-fenomeni messi in luce dai quesiti INVALSI, gli insegnanti ritengono tali quesiti adatti alla valutazione delle conoscenze e delle abilità coinvolte.

Naturalmente, è possibile che le tre componenti siano solo l'epifenomeno di un conflitto più profondo, di cui al momento non abbiamo ancora compreso la natura; finora ci siamo limitati a proporre un triplice conflitto, con le sue tre componenti profondamente intrecciate.

Pensiamo che la nostra attuale ipotesi su tale conflitto possa essere confermata o smentita attraverso la somministrazione del questionario a un campione più ampio e rappresentativo di

soggetti e un'analisi approfondita dei relativi dati. In caso di conferma, sarà possibile affinare la stessa analisi del conflitto, decidendone la triplice o diversa natura, e chiarendone anche la struttura e la natura profonda, ad esempio rispetto alle conoscenze e alle convinzioni degli insegnanti. Sulla base dell'analogia con i conflitti in classe, per i quali una strategia di successo per il loro superamento è generata da una chiara comprensione della loro natura, sarà proprio a partire da un quadro preciso della struttura e della dinamica del conflitto meta-didattico che sarà possibile progettare linee guida adeguate per contrastarlo e ottenere un reale miglioramento delle pratiche relative all'uso delle prove INVALSI nella scuola.

4. Conclusioni

Nel presente contributo si sono illustrati alcuni dei risultati ottenuti dalla prima fase del progetto di ricerca condotto dal gruppo dell'Osservatorio SIRD su didattica della matematica e prove INVALSI. Parallelamente alle analisi quantitative sulla prima sezione del questionario, sono in corso di svolgimento analisi quantitative anche sui dati delle altre sezioni, nonché analisi miste e qualitative su dati relativi a domande della stessa sezione e anche su dati di domande di diverse sezioni del questionario. Tali analisi sono condotte sia in una prospettiva di *combinazione* sia in una di *integrazione* dei dati analizzati²⁴.

I primi risultati mettono in luce interpretazioni, riflessioni e sviluppi rilevanti in tutti gli ambiti indagati e si sta delineando una fotografia sempre più nitida delle conoscenze, convinzioni e atteggiamenti sul tema indagato. I risultati ottenuti sono incoraggianti e forniscono informazioni preziose sui reali bisogni formativi degli insegnanti. L'analisi e l'interpretazione dei dati da parte di esperti di diversi campi educativi permette una visione olistica delle informazioni raccolte, che si sta rivelando efficace per progettare linee guida spendibili in percorsi di formazione che possano supportare concretamente i docenti nella loro attività quotidiana di gestione dei processi di insegnamento-apprendimento della matematica.

5. Bibliografia di riferimento

Arzarelo F., Ferretti F., *The connection between the mathematics INVALSI test and the teaching practices: an explorative study*, in Falzetti P. (a cura di), *I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca* (Novembre 2019), Milano, FrancoAngeli, 2021.

Ball D.L., Thames M.H., Phelps G., *Content knowledge for teaching: What makes it special?*, in "Journal of teacher education", 59(5), 2008, pp. 389-407.

²⁴ N. Buchholtz, *Planning and conducting mixed methods studies in mathematics educational research*, in G. Kaiser, N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education ICME-13 Monographs*, Cham, Switzerland, Springer, 2019, pp. 131-152.

Black P., Wiliam D., *Developing the theory of formative assessment*, in “Educational Assessment, Evaluation and Accountability” (formerly: “Journal of Personnel Evaluation in Education”), 21(1), 2009, pp. 5-31.

Bolondi G., Ferretti F., *Quantifying Solid Findings in Mathematics Education: Loss of Meaning for Algebraic Symbols*, in “International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education”, 29(1), 2021, pp. 1-15.

Campbell C., Levin B., *Using data to support educational improvement*, in “Educational Assessment, Evaluation and Accountability” (formerly: “Journal of Personnel Evaluation in Education”), 21(1), 2009, pp. 47-65.

Brousseau G., *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, in “Recherches en didactique des mathématiques”, 7(2), 1986, pp. 33-115.

Buchholtz N., *Planning and conducting mixed methods studies in mathematics educational research*, in G. Kaiser, N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education ICME-13 Monographs*, Cham, Switzerland, Springer, 2019, pp. 131-152.

Ciani A., Pasolini E., Vannini I., *Il formative assessment nelle convinzioni e nelle pratiche degli insegnanti. Analisi secondarie da una indagine sui docenti di scuola media di due regioni italiane*, in “Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies” (ECPS Journal), 24, 2021, pp. 45-65.

Ciani A., Vannini I., *Equità e didattica. Validazione di scale sulle convinzioni di insegnamento democratico*, in “CADMO”, 25(2), 2017, pp. 5-32.

Duval R., *Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée*, in “Annales de Didactique et de Sciences Cognitives”, 5, 1993, pp. 37-65.

Faggiano E., Ferretti F., Arzarello F., *How do primary teachers interpret and use standardized assessment: the case of the crochet placemats*, in Hodgen, J., Geraniou, E., Bolondi, G., Ferretti, F. (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)*, Bozen-Bolzano, ERME/Free University of Bozen-Bolzano, 2023.

Ferretti F., Bolondi G., *This cannot be the result! The didactic phenomenon “the Age of the Earth”*, in “International Journal of Mathematical Education in Science and Technology”, 52(2), 2019, pp. 194-207.

Ferretti F., Gambini A., Santi G., *The Gestinv Database: A Tool for Enhancing Teachers Professional Development within a Community of Inquiry*, in H. Borko, D. Potari (Eds.), *Proceedings of the Twenty-fifth ICMI Study School Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups*, Portugal, University of Lisbon, 2020, pp. 621-628.

Ferretti F., Martignone F., Santi G. R. P., *Analysis of standardized tests and pre-service teacher education: reflections on developed teachers' specialized knowledge*, in Hodgen J., Geraniou E., Bolondi G., Ferretti F. (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME12)*, Bozen-Bolzano, ERME/Free University of Bozen-Bolzano, 2023.

Kaiser G., Presmeg N., *Compendium for early career researchers in mathematics education*, Springer Nature, 2019.

Kane M.T., *Validating the performance standards associated with passing scores*, in “Review of Educational Research”, 64, 1994, pp. 425-461.

Impara J. C., Plake B. S., *Teachers' ability to estimate item difficulty: A test of the assumptions in the Angoff standard setting method*, in "Journal of Educational Measurement", 35(1), 1998, pp. 69-81.

INVALSI, *Quadro di riferimento delle prove di INVALSI di matematica*, 2018 (https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_MATEMATICA.pdf).

Looney J. W., *Integrating Formative and Summative Assessment: Progress Toward a Seamless System?*, OECD Education Working Papers, No. 58, OECD Publishing, 2011.

Loege I., Kruglov L.K., *The improvement of the estimates of test difficulty*, in "Educational and Psychological Measurement", 13, 1953, pp. 34-46.

O'Keeffe L., Rosa A., Vannini I., White B., *Promote Informal Formative Assessment practices in Higher Education: the potential of video analysis as a training tool*, in "Form@re-Open Journal per la formazione in rete", 20(1), 2020, pp. 43-61.

Rizzo O., Faggiano E., Monaco A., Vaccaro V., *An exploratory study on the connection between INVALSI assessment and Mathematics teaching and learning processes at the Primary School level*, in *I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca e la didattica*, Milano, FrancoAngeli, 2021.

Sfard A., *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2008.

Shulman L. S., *Those who understand: Knowledge growth in teaching*, in "Educational researcher", 15(2), 1986, pp. 4-14.

Stavy R., Tirosh D., *Intuitive rules in science and mathematics: the case of 'More of A More of B'*, in "International Journal for Science Education", 18(6), 1996, pp. 553-667.

Truffelli E., Asquini G., *Concezioni della valutazione e dell'apprendimento in insegnanti di matematica nella scuola primaria*, in "CADMO", 1, 2022, pp. 51-66.

Truffelli E., Vannini I., *Convinzioni e atteggiamenti degli insegnanti di scuola primaria italiani e orientamento all'uso formativo delle prove INVALSI di matematica*, in Lucisano L. (a cura di), *Ricerca e Didattica per promuovere intelligenza comprensione e partecipazione*, Lecce-Rovato, Pensa, 2021, pp. 376-395.

Vaccaro V., Faggiano E., Ferretti F., *Consapevolezza degli insegnanti delle ragioni degli errori degli studenti in matematica: uno studio esplorativo nella scuola primaria*, in *Ricerca e Didattica per promuovere intelligenza comprensione e partecipazione*, Atti del X convegno della SIRD, aprile 2021, Lecce-Rovato, Pensa, 2021, pp. 411-430.

Vannini I., *Valutare per apprendere e progettare*, in E. Nigris, B. Balconi, L. Zecca, *Dalla progettazione alla valutazione didattica*, Milano-Torino, Pearson, 2019, pp. 250-276.

Vannini I. (a cura di), *Per una valutazione che analizza e ricostruisce. Rileggere oggi Didattica e Docimologia, in dialogo con Mario Gattullo*, Roma, Armando, 2022.

Data di ricezione dell'articolo: 20 marzo 2023

Date di ricezione degli esiti del referaggio in doppio cieco: 17 aprile e 8 maggio 2023

Data di accettazione definitiva dell'articolo: 16 maggio 2023