

Modelli reali e virtuali per l’insegnamento della geometria descrittiva

Giovanna Spadafora

Abstract – *To this day, after three decades of ever more widespread use, the computer is still only one of the many tools necessary in the architect’s daily activity, as it has complemented but not substituted those based on manual graphics skills. The pedagogical and didactic questions to be weighted between traditional and digital tools is therefore as current as ever. Presented herein is a proposed teaching method that, for the exposition of the fundamental principles of the discipline, alternates directly drawing at the board and projecting interactive digital models, but deems pencil drawings and model building to be the overriding tools in the formation of the budding architect. The didactic methodology adopted is founded on the consideration that such manual activities contribute to consolidating the ability to reason sequentially with positive impact both towards the acquisition and subsequent use of computer aided design.*

Riassunto – *Ancora oggi, dopo circa un trentennio di generalizzazione del suo uso, il computer resta solo uno degli strumenti nella pratica quotidiana dell’architettura, che ha affiancato ma non sostituito quelli fondati sulla capacità grafica manuale. Il problema pedagogico e didattico del bilanciamento fra strumenti tradizionali e digitali è, dunque, sempre attuale. Si presenta, in questo lavoro, una proposta didattica che alterna, nella spiegazione dei principi fondamentali della disciplina, sia disegni alla lavagna sia la proiezione di modelli digitali navigabili, ma che considera il disegno a matita e la costruzione di plastici come strumenti prioritari nella formazione del giovane architetto. La metodologia didattica adottata si fonda sulla considerazione che tali attività manuali contribuiscano a consolidare l’attitudine al ragionamento sequenziale e che ciò possa avere riflessi positivi sia sull’apprendimento sia sul successivo utilizzo delle tecnologie informatiche per il disegno.*

Keywords – descriptive geometry, architectural didactics, 3D models, scale models, hands on learning

Parole chiave – geometria descrittiva, didattica dell’architettura, modelli 3D, plastici, apprendimento hands on

Giovanna Spadafora, Professoressa associata di Disegno nel Dipartimento di Architettura dell’Università Roma Tre, insegna Fondamenti e applicazioni di geometria descrittiva e Rilievo ed è vicecoordinatore del Laboratorio di Rilievo e Tecnologie Digitali. È membro della Unione Italiana Disegno (UID) e della International Society for Geometry and Graphics (ISGG). Coordina, come responsabile scientifico, rilievi in campo architettonico, archeologico e urbano. Negli ultimi anni ha studiato il ruolo della geometria in alcune opere di Francesco Borromini, attraverso l’analisi dei disegni d’archivio e il rilevamento diretto e strumentale. Tra le sue recenti pubblicazioni: *Fondamenti e applicazioni di geometria descrittiva. Le proiezioni parallele. Principi teorici e applicazioni* (con allegato online, Milano, FrancoAngeli, 2019).

1. Il problema pedagogico e didattico: una premessa¹

Il progressivo sviluppo dei supporti informatici per la rappresentazione e per il progetto ha modificato in modo profondo e sostanziale il lavoro degli architetti e la loro produttività. Tuttavia, ancora oggi dopo circa un trentennio di generalizzazione del suo uso, il computer resta solo *uno* degli strumenti nella pratica quotidiana dell'architettura, che ha affiancato ma non sostituito quelli tradizionali fondati sulla capacità grafica manuale. Poiché alla formazione di tale capacità è riconosciuto tradizionalmente e internazionalmente un ruolo basilare nella formazione universitaria degli allievi-architetti, il problema pedagogico e didattico del bilanciamento fra strumenti tradizionali e digitali è sempre attuale².

Il quadro curriculare previsto per gli studenti del primo anno del corso di Laurea triennale in Scienze dell'Architettura dell'Università degli Studi Roma Tre vede il disegno a mano e l'uso dei plastici come strumenti prioritari, nel primo anno di formazione. L'idea progettuale si manifesta attraverso lo schizzo e questo, per sua natura, non può che essere realizzato se non a mano libera³. "La mano è la finestra della mente", ha osservato Kant⁴, e questa immagine evoca un legame che, ancora oggi, soprattutto per gli architetti, ribadisce la necessità non solo di coltivare e mantenere una capacità grafica manuale che consenta alle idee di riversarsi su un foglio e su di esso prendere forma in maniera via via più chiara e definita, ma anche di considerare il disegno a mano nella sua funzione di strumento di ricerca, di lettura, di indagine, manifestazione grafica di ragionamenti e intuizioni. Così, nei corsi del primo semestre, anche il disegno tecnico, l'elaborazione a riga e squadra di disegni relativi a piante, prospetti, sezioni o volumetrie, consegna al tempo lento della matita la riflessione sul significato che assumono le linee in base al

¹ Il testo riprende, ampliandole e aggiornandole sulla base delle ulteriori ricerche ed esperienze didattiche svolte, alcune questioni e considerazioni presentate al Convegno dell'International Conference on Geometry and Graphics (ICGG) svoltosi in Cina nel 2016. Si veda: G. Spadafora, *Tactile and virtual. A didactic Experiment*, Book of Abstract of the 17th International Conference on Geometry and Graphics, Beijing, Beijing Institute of Technology Press, 2016, pp. 318-320.

² L'argomento è stato oggetto di dibattito anche in occasione della Tavola rotonda svoltasi a Milano nell'ambito della Conferenza Internazionale Nexus 2012. Si veda I. Taffeberg Jakobsen, J. Matthiasen, *Descriptive Geometry and/or Computer Technology? What Mathematics is Required for Doing and Understanding Architecture?*, in "Nexus Netw", J 16, 2014, pp. 505-516. Si vedano, inoltre, le considerazioni espresse da Marco Bini in M. Bini, *Considerazioni sul disegno come rappresentazione dello spazio e approccio alla conoscenza*, in "Disegno", 1/2017, pp. 23-34 e la sperimentazione didattica esposta in F. B. Bruno *et al.*, *Design-Based Learning Supported by Empirical-Concrete Learning Objects in Descriptive Geometry*, in L. Cocchiarella (Ed.), ICGG 2018 – Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics, AISC 809, Cham, Springer International, 2019, pp. 1502-1510.

³ In effetti, come afferma Massimo Scolari, "nulla, più del disegno tecnico è inadatto a principiare una figurazione" (M. Scolari, *Il problema della rappresentazione*, "Metamorfosi", 6/7, 1987).

⁴ R. Tallis, *The Hand. A Philosophical Inquiry in Human Being*, Edinburgh, Edinburgh University Press, 2003, p. 4. Sull'argomento si veda anche M. Bertolaso, N. Di Stefano (Eds.), *The Hand. Perception, Cognition, Action*, Studies in Applied Philosophy, Epistemology and Rational Ethics 38, Cham, Springer International, 2017. Si veda, inoltre, il paragrafo *Le abilità spezzettate. Il divorzio tra la mano e la testa*, in R. Sennet, *L'uomo artigiano*, Milano, Feltrinelli, 2008, pp. 44-51.

variare dello spessore e sedimenta l'acquisizione dei codici grafici. Lavorare con le mani alla costruzione di plastici è una consuetudine tipica dei laboratori di progettazione, dove il plastico è utilizzato fin dalle fasi iniziali per l'ideazione e il controllo della forma ma, in generale, è presente anche negli insegnamenti di altre discipline distribuite nel triennio e nel successivo biennio delle magistrali.

In questo contesto formativo si inserisce, al primo semestre del primo anno, il corso di Fondamenti e applicazioni di geometria descrittiva, in una posizione che ne sottolinea il ruolo cardine nella formazione e nella funzione preliminare al progetto di architettura⁵. L'esperienza didattica descritta in queste pagine è stata avviata nell'anno accademico 2011-2012 – a valle delle considerazioni maturate nei precedenti cinque anni di insegnamento – con la realizzazione dei primi modelli, sia virtuali sia reali, per la spiegazione della genesi dei metodi di rappresentazione. Nell'insegnamento di questa disciplina, se non è nuovo – ancorché non particolarmente diffuso – il proporre agli studenti di costruire plastici per la comprensione di particolari problemi geometrici, lo è senz'altro richiedere loro di costruirne alcuni che illustrino la genesi dei metodi di rappresentazione studiati. Le motivazioni che mi portano ancora oggi a credere nella validità della metodologia di insegnamento adottato sono argomentate nel testo che segue.

2. Disegnare, costruire: alcune considerazioni sugli strumenti nello studio della geometria descrittiva

L'obiettivo di un corso di geometria descrittiva è quello di lavorare perché gli studenti sviluppino la capacità di vedere le forme nello spazio, comprendano le relazioni che si instaurano tra gli elementi, sappiano usare – avendone chiare le ragioni – i procedimenti della geometria descrittiva anche per comporre/pensare il proprio progetto e sappiano scegliere il metodo di rappresentazione più adatto a esprimere la propria idea di architettura. Per questo, nell'insegnamento della disciplina, all'esposizione dei principi teorici e delle soluzioni di alcuni particolari problemi geometrici seguono applicazioni su esempi concreti che gli studenti possono vedere, studiare, ridisegnare.

La metodologia didattica adottata si fonda sulla considerazione che sia l'uso di carta e matita sia la costruzione di un plastico impongano di riflettere con attenzione sulla sequenzialità dei segni da tracciare e sulle azioni da mettere in atto e che questa attenzione abbia riflessi positivi sia sull'apprendimento sia sul successivo utilizzo delle tecnologie informatiche per il disegno

⁵ Sul ruolo della geometria descrittiva per il progetto si veda R. Migliari, *L'insegnamento della geometria descrittiva e le sue applicazioni*, in V. Franchetti Pardo (a cura di), *La facoltà di Architettura dell'Università di Roma "La Sapienza" dalle origini al Duemila*, Roma, Gangemi Editore, 2001, p. 278. Nel descrivere il quadro culturale e gli ambiti all'interno dei quali questa disciplina, a partire dalla prima metà del Novecento, è passata "dalla impostazione teorica dei matematici, alla impostazione applicativa degli architetti", Riccardo Migliari sottolinea l'apertura interdisciplinare di alcuni docenti, in particolare di Francesco Severi (1879-1961) e Orseolo Fasolo (1916-1992), che hanno mostrato il primo "attenzione verso le esigenze dei progettisti" il secondo "un attento e sofferto rispetto del carattere matematico della disciplina".

che, per loro stessa natura, necessitano di una segmentazione e successione ragionata degli atti da compiere.

Dal punto di vista pedagogico, non si tratta, quindi, di contrapporre il disegno – sul piano – con la matita, al disegno – sul piano e nello spazio – con il computer, quanto piuttosto di ritenere prioritario, al primo anno di studi, consolidare l'attitudine al ragionamento sequenziale favorita anche dall'uso delle mani. A questo proposito, una breve digressione: Raffaele Simone⁶ ha rilevato come dalla fine del XX secolo si sia gradualmente avviato il passaggio da una modalità di acquisizione della conoscenza mediata dalla intelligenza sequenziale a una modalità che sfrutta l'intelligenza simultanea. La prima è favorita dalla lettura e in generale dai codici alfabetici, la seconda invece, attualmente prevalente, è stimolata dall'uso di codici iconici, cioè basati sull'immagine. Di fatto l'intelligenza simultanea e quella sequenziale non sono due dimensioni nettamente separate, perché la lettura delle immagini può essere parte di un processo sequenziale. Ma se gli stimoli esterni di tipo visivo prevalgono su quelli che implicano l'attivazione della intelligenza di tipo sequenziale, il risultato è che ciò che si modifica, nel tempo, è proprio il modo in cui le conoscenze vengono acquisite. È, dunque, assodato che il *grado di iconicità* cui i giovani sono abituati e la minore abitudine alla necessità del ragionamento sequenziale abbia profondamente modificato negli anni il quadro nel quale, come docenti, ci troviamo ad operare, mettendoci in una condizione diversa rispetto al passato.

Nel caso di una disciplina come la geometria descrittiva, il disegno bidimensionale che costruisce e scompone in operazioni grafiche sul piano proiezioni e ribaltamenti che avvengono nello spazio non ha nessuna *somiglianza al vero*; i segni sul foglio non riescono ad evocarli con immediatezza. Lo studio presuppone che si legga il testo di commento al disegno, lo si comprenda, si abbiano capacità di deduzione, astrazione, immaginazione. Negli anni, i testi universitari si sono arricchiti di immagini tridimensionali sempre più efficaci orientate a chiarire il significato dei segni sul piano: la possibilità di costruire modelli navigabili, in qualche modo associati ai testi a stampa⁷, ha contribuito a far vedere le forme, ma anche i singoli punti e le singole linee, all'interno di uno spazio percepibile nella sua effettiva tridimensionalità, facilitando la comprensione delle relazioni tra gli elementi rappresentati.

Ma l'uso delle tecnologie informatiche nell'ambito della geometria descrittiva dimostra la sua piena efficacia se il computer è inteso come ulteriore strumento per la *costruzione* dei procedimenti grafici. È indubbio, infatti, che per la soluzione di alcuni problemi geometrici l'uso degli strumenti tradizionali imponga passaggi ausiliari che possono, invece, essere eliminati ope-

⁶ R. Simone, *La terza fase. Forme di sapere che stiamo perdendo*, Roma, Laterza, 2000. Sull'uso delle nuove tecnologie in aula e sull'influenza che queste hanno nelle metodologie di insegnamento e nelle modalità di apprendimento, si veda anche S. Mori, S. Panzavolta, *Stili di memoria e strategie di studio: come le nuove tecnologie cambiano l'apprendimento?*, in "Ricerche di Psicologia", 4/2019, pp. 599-618.

⁷ In alcuni casi, ai testi sono allegati dei cd o segnalati link a siti web appositamente predisposti dalle case editrici. Tra i testi multimediali si segnalano: M. Capone, *La genesi dinamica della forma. Applicazioni di Geometria Descrittiva nell'era dell'informatica*, Napoli, Fridericiana Editrice Universitaria, 2009 (e-book) e A. Gesuele, A. Pagliano, V. Verza, *La geometria animata. Lezioni multimediali di Geometria Descrittiva*, Venezia, Libreria Editrice Cafoscarina, 2018 (DVD).

rando direttamente nello spazio attraverso software di modellazione matematica, come evidenziato e dimostrato nell'ambito del dibattito sul rinnovamento della geometria descrittiva⁸. I software per il disegno consentono di lavorare nello spazio e sulle forme e si sono dimostrati preziosi alleati nel campo della ricerca, semplificando l'esecuzione dei procedimenti più laboriosi e consentendo "l'accesso a soluzioni generali che in passato erano confinate nel campo delle speculazioni teoriche"⁹.

Tuttavia, nella piena condivisione dei principi alla base del quadro curricolare appena descritto, per gli studenti del primo anno non è prevista l'introduzione del computer come ulteriore strumento di insegnamento e apprendimento della geometria descrittiva¹⁰. Per venire incontro alla maggiore familiarità che le nuove generazioni hanno con il mondo delle immagini e per sottolineare la necessità di continuare a consolidare il rapporto mente-occhio-mano¹¹ nell'apprendimento della disciplina, la metodologia didattica proposta offre agli studenti da un lato la possibilità di vedere e muovere modelli virtuali navigabili a sussidio dello studio, dall'altro l'opportunità di vedere, toccare, muovere e realizzare modelli fisici.

3. L'articolazione del corso "Fondamenti e applicazioni di geometria descrittiva" nel Dipartimento di Architettura dell'Università Roma Tre

Il corso (sono attivi due canali) ha una durata di 100 ore complessive, divise in due giorni a settimana di 4 ore ciascuno. La lezione si articola in tre ore di comunicazione frontale cui segue un'ora dedicata a esercitazioni in aula, alcune eseguite e commentate insieme e altre di verifica, che vengono ritirate, valutate e corrette in aula successivamente. Alle ore di lezione si aggiungono diverse ore di revisione degli elaborati grafici, sia durante lo stesso semestre sia nel semestre successivo. Negli anni, il numero degli studenti ha risentito del calo generalizzato degli iscritti ai corsi delle scuole di Architettura, per cui si è passati da aule stracolme, fino a 120/140 persone, ad aule oggettivamente più gestibili, di 80/100 studenti. Numeri comunque elevati.

⁸ Si veda, in proposito, tra gli scritti di Riccardo Migliari: R. Migliari, *Per una geometria descrittiva attuale*, in L. De Carlo (a cura di), *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*, Roma, Gangemi Editore, 2007, pp. 27-40.

⁹ R. Migliari, *Geometria Descrittiva*, in <https://www.teknoiring.com/wikitecnica/rappresentazione-e-media/geometria-descrittiva/>, 2010 (consultato in data 20 giugno 2020). Sulle possibilità offerte dalla rappresentazione digitale allo studio della geometria descrittiva e sui "mutamenti che l'avvento dell'informatica, e soprattutto della rappresentazione digitale 3D hanno indotto nella disciplina" si veda R. Migliari, *La Geometria descrittiva nel quadro storico della sua evoluzione dalle origini alla rappresentazione digitale*, in L. Carlevaris, L. De Carlo, R. Migliari (a cura di), *Attualità della geometria descrittiva*, Roma, Gangemi Editore, 2012, pp. 15-42.

¹⁰ Inoltre, occorre considerare che, nel momento in cui gli studenti accedono al corso di studi, il grado di alfabetizzazione grafica inerente al disegno digitale è per lo più inesistente, il che implicherebbe la necessità di un maggior numero di ore a disposizione o una diversa organizzazione e distribuzione dei crediti formativi per dedicare tempo all'insegnamento dei primi rudimenti di disegno digitale.

¹¹ Sul tema si vedano le considerazioni in E. Cicalò, *Intelligenza grafica. I territori della didattica del disegno e del pensiero grafico*, in S. Barba (a cura di), *Territori e frontiere della rappresentazione*, Atti del 39° Convegno Internazionale UID, Roma, Gangemi Editore, 2017, pp. 1295-1302.

Il corso si svolge contemporaneamente alla prima parte del Laboratorio di Progettazione architettonica 1 (tre canali, divisi nei due semestri in parte teorica e parte applicativa), al corso di Storia dell'Architettura 1 e al corso di Matematica 1 (2 canali), con i quali, nella mia personale esperienza, ho potuto sperimentare un proficuo coordinamento. Il primo e più diretto è con il Laboratorio di progettazione, con il quale si condivide la selezione di alcune architetture che gli studenti, per entrambi i corsi, devono studiare preliminarmente attraverso una serie di disegni a mano libera. Il compito assegnato è quello di individuare e comprendere, anche in rapporto al sito di progetto, le geometrie che regolano la composizione, il sistema strutturale, le relazioni gerarchiche e spaziali e la volumetria, e poi di eseguire a riga e squadra il disegno delle piante, dei prospetti e delle sezioni. In questo studio, gli studenti sperimentano le potenzialità euristiche del disegno, mentre l'analisi dei progetti si avvale della geometria descrittiva per il disegno delle proiezioni ortogonali, per la costruzione della volumetria, per l'individuazione della vera grandezza e forma delle falde di copertura dei tetti, ecc. Contemporaneamente al primo approccio al disegno, vengono svolte le lezioni più strettamente disciplinari alternando, durante il corso, lo studio di tutti i metodi di rappresentazione grafica per dimostrare la comune origine proiettiva e l'indispensabilità di un loro congiunto utilizzo per la comprensione dello spazio architettonico. L'obiettivo è quello di fornire un insieme di conoscenze e un metodo di analisi e comprensione dello spazio che è anche propedeutico ai successivi insegnamenti del secondo semestre: il corso di Disegno dell'Architettura e la parte applicativa/progettuale del Laboratorio di progettazione architettonica.

In un contesto operativo e culturale che si modifica in maniera costante e rapida, mi sono chiesta come avrei potuto aiutare gli studenti che, nel loro primo semestre di studi, si devono avviare a sviluppare o potenziare in prima istanza la capacità di intuire/vedere un volume a partire da disegni in proiezione ortogonale (piante, prospetti, sezioni) e, viceversa, prefigurare da un volume le rappresentazioni sul piano, utilizzando carta e matita¹².

A questa domanda ho risposto offrendo una pluralità di modi diversi nella spiegazione dei principi fondamentali della disciplina e proposto diversi approcci allo studio, in modo che gli studenti, a seconda della scuola di provenienza e quindi della formazione pregressa, potessero individuare la strada o le strade loro più consone per studiare, sperimentare e riflettere sull'esperienza fatta.

Così, durante le lezioni, disegno con gessi colorati alla lavagna¹³ in modo che gli studenti possano seguire e contestualmente ridisegnare sul loro taccuino.

¹² I primi esercizi che vengono assegnati sono rivolti proprio in questa direzione, in una fase in cui gli studenti non hanno ancora acquisito la conoscenza dei procedimenti geometrici che consentiranno loro "di rappresentare con esattezza, su dei disegni che non hanno che due dimensioni, gli oggetti che ne hanno tre e che sono suscettibili di definizione rigorosa" e "di dedurre, dalla descrizione esatta dei corpi, tutto ciò che risulta dalle loro forme e dalle loro rispettive posizioni" (*Géométrie Descriptive. Leçons. Données aux Écoles Normales, l'an 3 de la République*, par Gaspard Monge de l'Institut national, Paris, Baudouin Imprimeur du Corps législatif et de l'Institut national, AN VII).

¹³ Lo stesso disegno viene parallelamente eseguito da una mia assistente-borsista di ricerca (negli ultimi anni Michela Ceracchi) su un software di disegno per iPad, collegato a un videoproiettore. Questa modalità del doppio disegno presenta due indubbi vantaggi, il primo per gli studenti che occupano i posti più lontani dalla lavagna, i

Naturalmente, lo studente viene edotto sulla differenza sostanziale che passa tra la matita e un software per il disegno 3D: con la matita si lavora sempre e comunque sul piano, una sorta di *Flatland*¹⁴ dalla quale è impossibile fuggire.

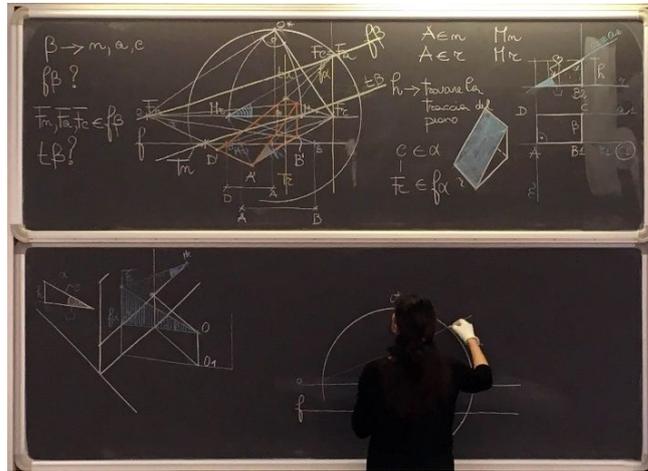


Figure 1 e 2 – Disegni alla lavagna;
Il disegno alla lavagna e la contestuale proiezione dei modelli navigabili

quali riescono a seguire lo svolgimento dell'esercizio anche dallo schermo, il secondo perché è possibile ingrandire il disegno svolto sull'iPad per rispondere a eventuali richieste di chiarimenti.

¹⁴ Il riferimento è al testo E.A. Abbott, *Flatland. A Romance of Many Dimensions*, Oxford, 1884, trad. it. *Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni*, Milano, Adelphi, 1966.

Rimane la questione della fatica oggettiva che gli studenti fanno per visualizzare mentalmente nello spazio le operazioni proiettive che si svolgono sul piano bidimensionale del foglio, per le quali occorre aver acquisito una buona capacità di astrazione. Perché, dunque, il disegno sul foglio sia il risultato di uno stringente ragionamento di cui gli studenti abbiano piena consapevolezza, il disegno alla lavagna è supportato dalla proiezione di modelli tridimensionali navigabili in formato pdf3D e dall'uso di plastici¹⁵ che hanno obiettivi differenti e che vengono introdotti secondo una sequenza che prevede prima l'uso dei modelli e dei plastici relativi alla spiegazione della genesi spaziale del metodo di rappresentazione, poi di quelli a supporto della illustrazione di particolari problemi geometrici.

Il modello virtuale è costruito in modo da contenere tutte le operazioni proiettive e i ribaltamenti che determinano il passaggio dalle tre alle due dimensioni. Il formato pdf3D consente di muovere il modello e di ruotarlo in modo che, visibile da più angolazioni, risulti comprensibile in ogni sua parte. Laddove possibile, le viste ortogonali del modello, opportunamente scelte, restituiscono il disegno sul piano in una visualizzazione che lo studente può confrontare con il proprio foglio da disegno. Il modello virtuale viene presentato subito dopo l'esecuzione del disegno alla lavagna, proiettato sullo schermo a supporto e integrazione della lezione.

¹⁵È attualmente in corso, da parte di chi scrive, una ricerca sugli interessanti plastici in carta e metallo realizzati da A. Jullien a corredo del suo testo *Cours élémentaire de géométrie descriptive [...]*, Paris, Gauthier-Villars, 1875. Relativamente alla introduzione, all'interno di alcuni trattati sette e ottocenteschi, di elementi mobili riferiti alla visualizzazione nello spazio delle operazioni geometriche, con l'obiettivo di rendere più agevole la comprensione di particolari procedimenti proiettivi, si veda C. Candito, *La conquista dello spazio prospettico tra pop-up e modellazione*, in S. Barba (a cura di), *Territori e frontiere della rappresentazione*, Atti del 39° Convegno Internazionale UID, Roma, Gangemi Editore, 2017, pp. 27-32; G. Crupi, "Mirabili visioni", *from movable books to movable texts*, "JLIS.it", vol. 7, n. 1, 2016 e C. Candito, *Drawings and models in English Perspective Treatises of the XVII and XVIII Centuries*, in L. Cocchiarella (Ed.), ICGG 2018 – Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics, AISC 809, Cham, Springer International, 2019, pp. 1882-1894.

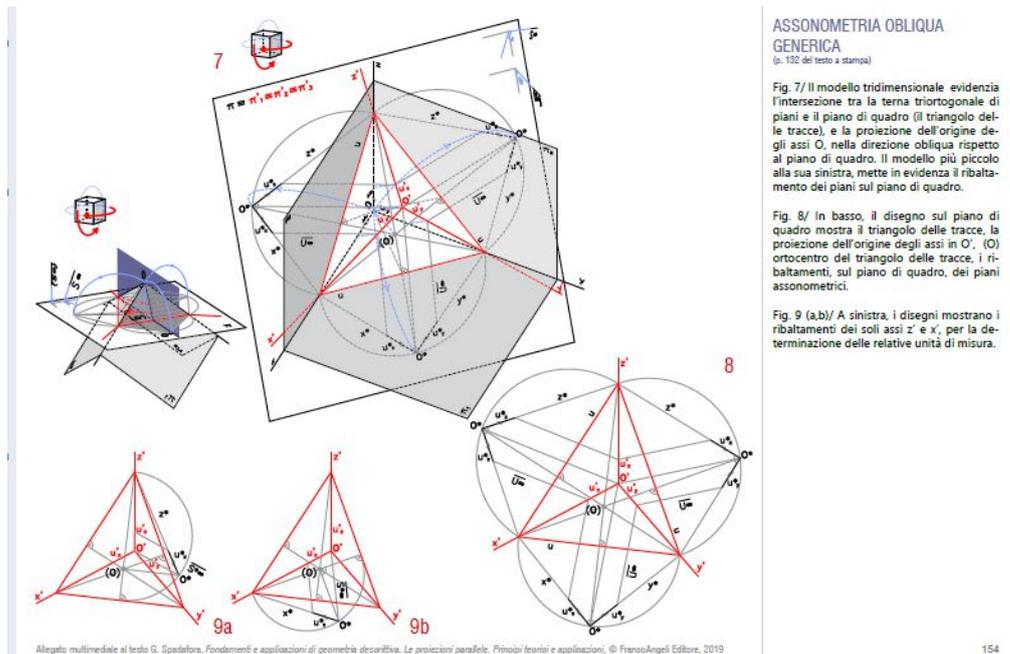


Figura 3 – I modelli navigabili relativi alla genesi spaziale dell'assonometria ortogonale generica e la rappresentazione degli elementi sul piano di quadro (immagine tratta dall'allegato multimediale al testo dell'autrice citato alla nota 19)

Il plastico è invece introdotto a conclusione della lezione frontale e diventa uno strumento di discussione e verifica della comprensione degli argomenti trattati. Nell'ambito di questo specifico processo di trasmissione delle conoscenze, infatti, ho ritenuto che anche la costruzione di plastici con elementi mobili, relativi alla descrizione della genesi proiettiva dei metodi di rappresentazione, che potessero essere visti, toccati e, soprattutto, manipolati potesse rivelarsi uno strumento utile e proficuo¹⁶. Così, su mia indicazione, i collaboratori-borsisti del corso costruiscono anno per anno modelli in legno, cartonlegno e plexiglas, alcuni espressamente realizzati per spiegare la genesi spaziale dei metodi di rappresentazione, altri finalizzati alla comprensione di singoli problemi. Questo approccio, che potremmo definire "tattile", consente agli studenti di muovere fisicamente alcuni elementi nello spazio, di sperimentare concretamente quali siano i procedimenti all'origine del disegno sul piano, di rivedere, correggere e integrare gli appunti presi e disegnati a lezione.

¹⁶ Inoltre, l'uso dei plastici diventa anche occasione per approfondire alcuni aspetti della storia della disciplina.

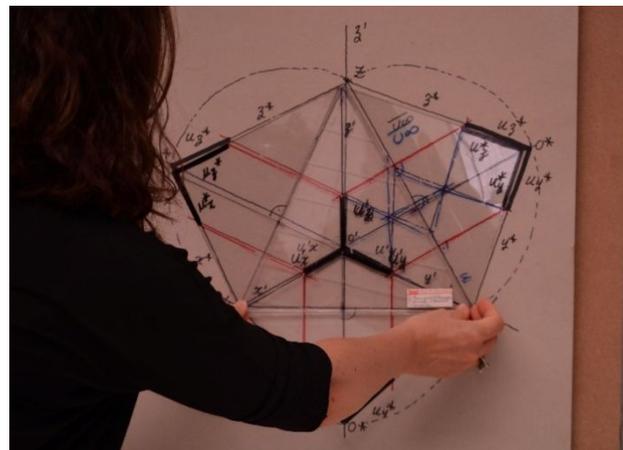


Figure 4 e 5 – Il plastico relativo alla genesi spaziale dell'assonometria ortogonale generica

Questo processo di conoscenza, quindi, non richiama più solo il legame mente-mano che disegna, ma si riferisce anche al legame mente-mano che costruisce, afferra e tocca. Orseolo Fasolo¹⁷ (1916-1992) aveva avuto modo, fin dagli anni Ottanta, di individuare nell'uso dei modelli la chiave per far appassionare gli studenti allo studio della geometria descrittiva e così, nell'ambito di questo primo semestre concentrato sulla manualità, lo studente è invitato a costruire da sé il plastico del metodo di rappresentazione e/o del problema geometrico che gli

¹⁷ R. Migliari, *L'insegnamento della geometria descrittiva e le sue applicazioni*, cit., p.286.

appare di più difficile comprensione¹⁸. Si tratta, quindi, di stimolare lo studente a pensare a come dare corpo alla successione di gesti che trasformano le operazioni sul foglio da disegno in una logica e ragionata sequenza operativa.

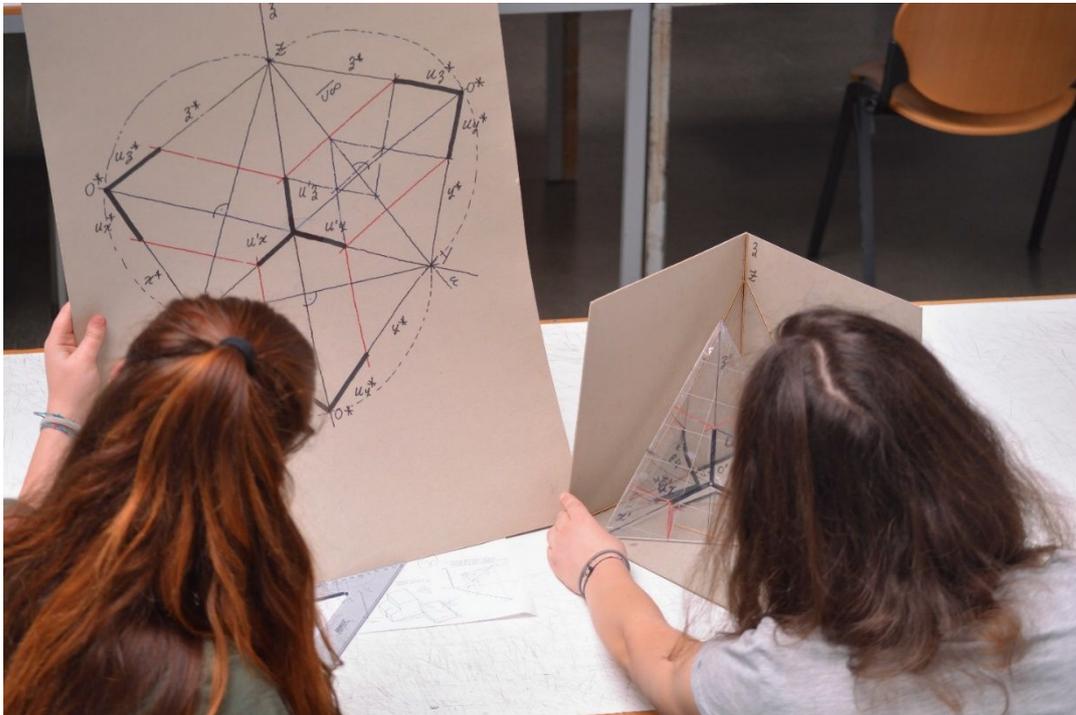


Figura 6 – Studentesse al lavoro sul plastico relativo alla genesi spaziale dell'assonometria ortogonale generica

La descrizione del ragionamento sequenziale necessario, nello specifico, al disegno sul foglio delle particolari operazioni geometriche che avvengono nello spazio e la contestuale possibilità di vedere e muovere modelli tridimensionali esplicativi, offerta a lezione, è confluita in un volume¹⁹ pubblicato nel 2019 cui è allegato, come parte integrante e complementare al testo a stampa, un file pdf.

Il testo a stampa contiene la parte teorica della disciplina, nei suoi aspetti essenziali, e una serie di esercizi dei quali viene proposta la traccia e la soluzione. La stampa uso mano consente

¹⁸ È chiaro che questo tipo di lavoro sui plastici non può essere applicato indifferentemente a tutti i problemi geometrici, soprattutto ad alcuni problemi riguardanti costruzioni e operazioni su superfici complesse. Ma, di nuovo, l'obiettivo è aiutare gli studenti a saper valutare quali strumenti e quali soluzioni adottare in relazione al tipo di problema posto.

¹⁹ G. Spadafora, *Fondamenti e applicazioni di geometria descrittiva. Le proiezioni parallele. Principi teorici e applicazioni*, Milano, FrancoAngeli, 2019 (1a ristampa 2020).

agli studenti di disegnare direttamente sul testo, che diventa così anche un taccuino di studio, e confrontare la soluzione trovata con quella proposta.

Il pdf, invece, contiene tutti i modelli navigabili in formato pdf3D²⁰, stampati nel testo e, relativamente agli esercizi propone, per ciascuno, una sequenza di slide nelle quali ogni passaggio necessario per arrivare alla soluzione è evidenziato in rosso e sottolineato, in una fascia laterale, da commenti e rimandi alla parte teorica²¹.

In altre parole, l'idea che guida il lavoro a lezione, e che in parte è confluita nel testo, è quella di permettere agli studenti di avere in parallelo due approcci alla conoscenza, ovvero di stimolare l'uso dell'intelligenza di tipo sequenziale, messa in atto dal disegnare nelle due dimensioni e dal fare con le mani, e quella di tipo simultaneo, stimolata dalla visione dei modelli virtuali che il testo pdf consente loro di avere sempre a disposizione.

Questa metodologia didattica, unitamente alla possibilità di studiare e disegnare sul libro di testo e poter disporre di un file pdf con modelli navigabili, ha dimostrato la sua efficacia riducendo i tempi di apprendimento ed elaborazione personale dei concetti esposti a lezione e ha ricadute positive nelle prove di verifica.



Figure 7, 8 e 9 – Studenti al lavoro in aula

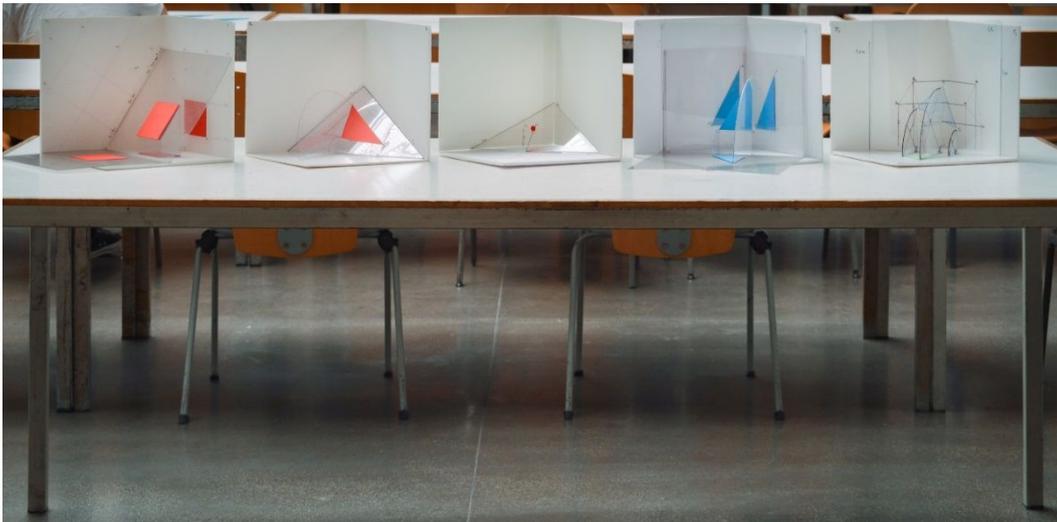
²⁰ Fino a qualche anno fa, i file esterni associati ai testi a stampa erano contenuti in cd o dvd. Ultimamente, le case editrici preferiscono inserire un codice di accesso a piattaforme on line che contengono alcuni modelli navigabili. L'allegato scaricabile gratuitamente all'acquisto di questo volume, invece, mette in condizione lo studente di avere non solo tutti i modelli navigabili a disposizione in un unico documento pdf, ma di avere anche un testo di esercizi svolti e spiegati, con collegamenti attivi tra i vari argomenti richiamati nelle soluzioni.

²¹ Orseolo Fasolo fu il primo a adottare, nei suoi testi, disegni in successione per spiegare la soluzione grafica di alcuni problemi geometrici.

4. I plastici

Negli anni sono stati realizzati e messi a disposizione degli studenti plastici su: la dimostrazione del teorema di Desargues nello spazio; la terna di piani ortogonali di Monge, con la possibilità di collocare punti, rette e piani e verificarne le proiezioni dopo i ribaltamenti; la genesi spaziale della assonometria ortogonale; la genesi spaziale della prospettiva; alcune superfici rigate; il ribaltamento di un punto appartenente a un piano generico; il ribaltamento delle falde di tetti a capanna e a padiglione; lo sviluppo planare di una piramide con angoli al vertice diversi da 90° a confronto con il ribaltamento del triangolo delle tracce (nell'assonometria ortogonale) e del triangolo delle fughe (nella prospettiva a quadro inclinato).

Gli studenti hanno a disposizione i plastici durante tutto il corso, possono decidere quale realizzare tra quelli relativi alla genesi dei metodi di rappresentazione, ma obbligatoriamente devono costruire, fin dalla seconda lezione, un modello in cartoncino o plexiglas del sistema di riferimento mongiano, in modo da poter collocare punti, rette e piani, e le rispettive proiezioni. In esso, gli elementi geometrici successivamente eliminati lasciano al loro posto tracce e proiezioni, e la rotazione dei piani di riferimento restituisce quella visualizzazione astratta che gli studenti ritrovano sul foglio da disegno, ma che loro stessi hanno fisicamente realizzato.



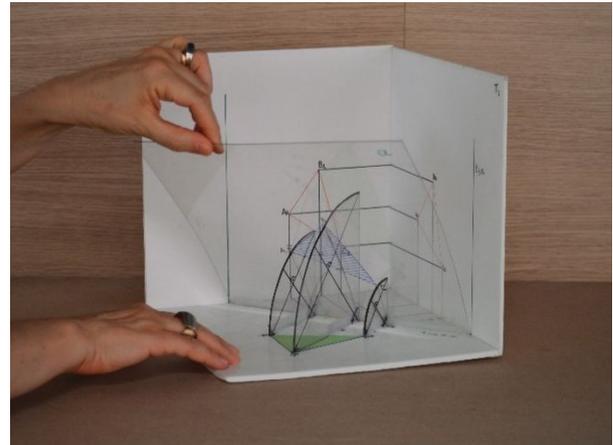
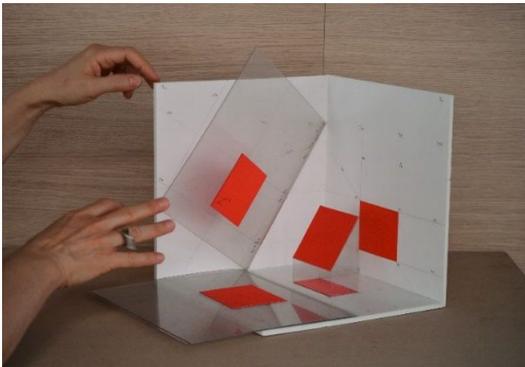


Figure 10, 11 e 12 – Immagini relative ad alcuni plastici, con elementi mobili, realizzati dagli studenti

Nel plastico relativo al metodo delle doppie proiezioni ortogonali i piani sono realizzati con fogli di plexiglas tagliati in modo che sia possibile effettuare le rotazioni che portano tutti e tre i piani a coincidere. La spiegazione del ribaltamento di un piano generico, nelle proiezioni ortogonali, si avvale del modello di un triedro nel quale è collocato il piano e un punto che vi appartiene. La rotazione che il punto compie nel ribaltamento è messa in evidenza sul piano costruito perpendicolarmente al piano generico. Il movimento nello spazio viene scomposto individuando il raggio di rotazione come ipotenusa del triangolo rettangolo che può essere ribaltato sul piano orizzontale.

L'individuazione della vera grandezza e forma delle superfici è applicata alle falde dei tetti.

Per lo studio dell'assonometria ortogonale, il passaggio dallo spazio al piano è risultato più chiaro grazie alla costruzione di un modello smontabile che si è rivelato particolarmente utile per la comprensione delle operazioni proiettive che generano l'immagine del triangolo delle tracce sul piano di quadro, e i ribaltamenti necessari per la determinazione della riduzione delle unità di misura (cfr. Figure 4-6)

La costruzione dell'immagine prospettica sul piano di quadro, l'individuazione di tracce e fughe di piani e rette è stata illustrata mediante un plastico che ha chiarito, in maniera immediata, come l'immagine sul piano di quadro vari al variare della posizione reciproca tra gli elementi.

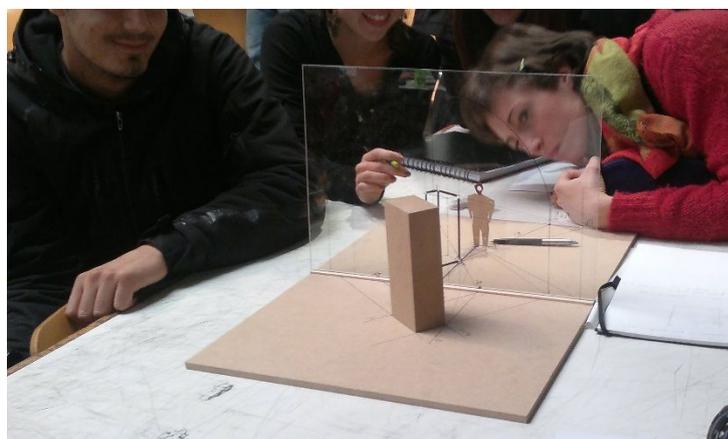
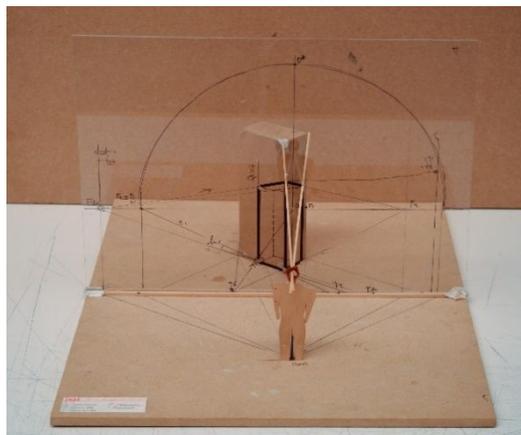


Figure 13 e 14 – Il plastico relativo alla costruzione dell'immagine prospettica sul piano di quadro

5. Conclusioni

L'impostazione della didattica presentata in queste pagine propone come ausilio allo studio della geometria descrittiva, oltre al disegno a matita, la proiezione di modelli virtuali navigabili e, contestualmente, la costruzione di modelli fisici riferiti alla genesi dei metodi di rappresentazione e alla illustrazione di alcuni problemi grafici. L'idea alla base della metodologia adottata è che l'uso di carta e matita e la costruzione di un plastico costringano a riflettere con attenzione sui singoli gesti per ridurre al minimo la possibilità di errore²², e che quindi, scegliendo con cura

²² Nel 2005, Elliot Felix mise in guardia sul pericolo del declino progressivo dell'attenzione rispetto alle attività di disegno e di progetto causata dalla opportunità, offerta dai programmi informatici, di cancellare e ridisegnare. Si

quale segno tracciare e quale taglio realizzare venga stimolata la sensibilità metacognitiva, “cioè la capacità di riflettere sulle strategie utilizzate”²³. Imparare a segmentare le operazioni da svolgere, ragionando sulla sequenza più logica e opportuna da adottare, consolida le conoscenze acquisite e le capacità di astrazione, e può avere riflessi positivi sull’uso dei programmi di modellazione matematica che, nel prosieguo del percorso formativo, possono diventare lo strumento di elezione per lo studio dei problemi geometrici più complessi.

Nel corso degli anni ho potuto notare un miglioramento dei risultati raggiunti nella redazione delle tavole finali, disegnate a matita su cartoncino, nelle quali gli studenti analizzano uno degli edifici proposti a lezione, scegliendo i metodi di rappresentazione e i punti di vista più adatti a descriverne e a valorizzarne le caratteristiche formali. Un apprendimento più consapevole dei fondamenti della disciplina ha messo gli studenti nelle condizioni di usare con maggiore successo la geometria descrittiva per lo studio dell’architettura scelta come tema d’esame e di usare i metodi di rappresentazione come strumento di indagine dello spazio architettonico. I risultati ci confortano del fatto che l’uso dei plastici, così come descritto nei paragrafi precedenti, inneschi con maggior efficacia quella necessaria capacità di astrazione che è implicita nell’uso dei metodi di rappresentazione e contribuisca a sviluppare la capacità di immaginare le forme nello spazio, ovvero a progettarle, con ricadute positive anche nei successivi laboratori di progettazione. Il corso, come detto, è collocato al primo semestre del primo anno. Non è un Laboratorio applicativo, ma un corso teorico che prevedrebbe solo lezioni frontali. Ciononostante, cerchiamo di dedicare alla parte di lavoro in aula il tempo sufficiente perché gli studenti sperimentino e soprattutto si pongano domande sulle possibili soluzioni e alternative nei procedimenti geometrici. Non possiamo affrontare, nel quadro curricolare in cui lavoriamo, argomenti più complessi; cerchiamo di instillare curiosità e domande, ma soprattutto ci sforziamo di dare un metodo di studio, una solida base che possa essere punto di partenza per studi più approfonditi e di maggiore respiro, e perché gli studenti sappiano, in seguito, sfruttare in maniera consapevole le potenzialità offerte dai programmi di disegno informatico, ovvero sappiano scegliere gli algoritmi adatti per muoversi tra i concetti che hanno acquisito.

6. Bibliografia

Barbin É. *et al.* (Eds.), *Descriptive Geometry, The Spread of a Polytechnic Art*, International Studies in the History of Mathematics and its Teaching, Cham, Springer International, 2019.

Bertolaso M., Di Stefano N. (Eds.), *The Hand, Perception, Cognition, Action*, Studies in Applied Philosophy, Epistemology and Rational Ethics, vol. 38, Cham, Springer International, 2017.

veda E. Felix, *Drawing Digitally*, presentazione all’Urban Design Seminar, MIT Cambridge, Mass., 4 ottobre 2005, riferimento in R. Sennett, *L’uomo artigiano*, cit., p.47.

²³ Si veda in proposito, S. Mori, S. Panzavolta, *Stili di memoria e strategie di studio: come le nuove tecnologie cambiano l’apprendimento?*, cit., p. 615.

Bini M., *Considerazioni sul disegno come rappresentazione dello spazio e approccio alla conoscenza*, in "Diségno" (Biannual Journal of the UID, Unione Italiana per il Disegno Scientific Society), 1/2017.

Bruno F.B. et al., *Design-Based Learning Supported by Empirical-Concrete Learning Objects in Descriptive Geometry*, in L. Cocchiarella (Ed.), ICGG 2018 – Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics, AISC 809, Cham, Springer International, 2019, pp. 1502-1510.

Cardone V., *Gaspard Monge, padre dell'ingegnere contemporaneo*, Roma, DEI, 2017.

Carlevaris L. (a cura di), *La ricerca nell'ambito della geometria descrittiva*, Roma, Gangemi Editore, 2017.

Candito C., *La conquista dello spazio prospettico tra pop-up e modellazione*, in S. Barba (a cura di), *Territori e frontiere della rappresentazione*, Atti del 39° Convegno Internazionale UID, Roma, Gangemi Editore, 2017, pp. 27-32.

Candito C., *Drawings and models in English Perspective Treatises of the XVII and XVIII Centuries*, in L. Cocchiarella (Ed.), ICGG 2018 - Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics, AISC 809, Cham, Springer International, 2019, pp. 1882–1894.

Cicalò E., *Intelligenza Grafica*, in "XY", 1 (2), pp. 54-67.

Cicalò E., *Intelligenza grafica. I territori della didattica del disegno e del pensiero grafico*, in S. Barba (a cura di), *Territori e frontiere della rappresentazione*, Atti del 39° Convegno Internazionale UID, Roma, Gangemi Editore, 2017, pp. 1295-1302.

Crupi G., "Mirabili visioni", *from movable books to movable texts*, "JLIS.it", 7, 1, 2016.

Cumino C., Pavignano M., Spreafico M. L., Zich U., *Teaching Geometry and Surfaces Evaluation Through Graphic Representation and Dynamic Paper Models*, in L. Cocchiarella (Ed.), ICGG 2018 – Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics, AISC 809, Cham, Springer International 2019, pp. 1523-1532.

del Blanco García F.L., García Ríos I., González Uriel A., *Process Design for Automation*, in L. Agustin-Hernández et al. (Eds.), *Graphical Heritage*, vol. 2 - Representation, Analysis, Concept and Creation, Cham, Springer Nature Switzerland, 2020, pp. 393-402.

Llopis Verdú J., *Dibujo y arquitectura en la era digital. Reflexiones sobre el dibujo arquitectónico contemporáneo*, València, Editorial Universitat Politècnica de València, 2018.

Migliari R., *L'insegnamento della geometria descrittiva e le sue applicazioni*, in V. Franchetti Pardo (a cura di), *La facoltà di Architettura dell'Università di Roma "La Sapienza" dalle origini al Duemila*, Roma, Gangemi Editore, 2001, pp. 277-288.

Migliari R., *Per una geometria descrittiva attuale*, in L. De Carlo (a cura di), *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*, Roma, Gangemi Editore, 2007, pp. 27-40.

Migliari R., *La Geometria descrittiva nel quadro storico della sua evoluzione dalle origini alla rappresentazione digitale*, in L. Carlevaris, L. De Carlo, R. Migliari (a cura di), *Attualità della geometria descrittiva*, Roma, Gangemi Editore, 2012, pp. 15-42.

Mori S., Panzavolta S., *Stili di memoria e strategie di studio: come le nuove tecnologie cambiano l'apprendimento?*, in "Ricerche di Psicologia", 4/2019, pp. 599-618.

Päßler R., Lordick D., *Material Models of Ruled Surfaces as Witnesses to the Development of Mathematical Teaching*, in L. Cocchiarella (Ed.), *ICGG 2018 - Proceedings of the 18th International Conference on Geometry and Graphics*, AISC 809, Cham, Springer International, 2019, pp. 2041–2050.

Salgado de la Rosa M. A., Raposo Grau J.F., Butragueño Díaz-Guerra B., *Thinking with the Hands. The Sketchbooks of the Architects*, in Agustín-Hernández L., et Al. (Eds.), *Graphical Heritage*, vol. 2 - *Representation, Analysis, Concept and Creation*, SSDI 6, Springer Nature Switzerland AG, 2020, pp. 381-392.

Scolari M., *Il problema della rappresentazione*, in “Metamorfosi”, 6/7, 1987.

Sennett R., *L'uomo artigiano*, Milano, Feltrinelli, 2008.

Simone R., *La terza fase. Forme di sapere che stiamo perdendo*, Roma, Laterza, 2000.

Tafteberg Jakobsen I., Matthiasen J., *Descriptive Geometry and/or Computer Technology? What Mathematics is Required for Doing and Understanding Architecture?* in “Nexus Netw”, J 16, 2014, pp. 505-516.

Tallis R., *The Hand: A Philosophical Inquiry in Human Being*, Edinburgh, Edinburgh University Press, 2003.

Vílchez Lara M.C., *Graphic Approaches to Heritage from Descriptive Geometry: A Teaching and Research Experience*, in Agustín-Hernández L. et Al. (Eds.), *Graphical Heritage*, vol. 3 - *Mapping, Cartography and Innovation in Education*, SSDI 7, Cham, Springer Nature Switzerland AG, 2020, pp. 419-430.

Data di ricezione dell'articolo: 23 settembre 2020

Date di ricezione degli esiti del referaggio in doppio cieco: 25 ottobre 2020 e 30 ottobre 2020

Data di accettazione definitiva dell'articolo: 18 novembre 2020