

Storia e racconto nella Matematica della scuola primaria: basi didattiche e sequenza operativa

Ana Millán Gasca
Anna Mazzitelli
Francesca Neri
Emanuela Spagnoletti Zeuli

Abstract – *We discuss the introduction of elements of history of mathematics in primary school. Pedagogical goals are considered, as well as educational strategies, and a learning path spread over 5 grades (from 6 to 10 years old pupils) is presented. This is an action-research developed with qualitative methods. The History of mathematics was presented in single groups in several Italian primary schools in the years 2010-2016 by means of storytelling, using books for children, mainly by Italian authors. Great attention was paid to offering up-to-date historical knowledge. Results regarding understanding and involvement are consistent with Kieran Egan proposals regarding the teaching of history to children. The introduction of history of mathematics moves the focus of school mathematics from numeracy and technical skills to a humanistic education, with good results both for understanding and for the appreciation of mathematics.*

Riassunto – *Si discute l'introduzione di elementi della storia della matematica nel lavoro in aula con bambini da 6 a 10 anni. Si presentano le basi teoriche e si propone una progressione per la scuola primaria, divisa in 5 gradi, sia per quanto riguarda i contenuti storici, sia per quanto riguarda la metodologia didattica. Entrambi gli aspetti sono stati sviluppati in collegamento con sperimentazioni in classe in Italia che si discutono da un punto di vista qualitativo. In esse, la storia è stata presentata come racconto e attraverso la mimesis (grazie ai suggerimenti che provengono dalla letteratura per l'infanzia) e mantenendo nel contempo un orizzonte di autenticità, derivato dall'adattamento al mondo infantile della ricerca viva nel campo della storia della scienza. L'introduzione della storia della matematica contribuisce ad alleviare l'abitudine a considerare l'alfabetizzazione matematica in età infantile come un puro addestramento tecnico, nonostante i numerosi studi sulla disposizione del bambino verso l'atteggiamento contemplativo e filosofico, cruciale nell'introduzione al pensiero scientifico.*

Keywords – history and pedagogy of mathematics, early childhood, numeracy, primary school

Parole chiave – storia della matematica nella didattica, prima infanzia, alfabetizzazione matematica, scuola primaria

Ana Millán Gasca è Professore Ordinario di *Matematiche complementari* del Dipartimento di Scienze della Formazione dell'Università degli Studi Roma Tre, dove è referente del Laboratorio di Matematica per la Formazione Primaria. Si occupa di storia della matematica in età contemporanea, con particolare riguardo per il rapporto fra la matematica e le sue applicazioni e il ruolo della ricerca e dell'istruzione matematica nello sviluppo degli stati liberaldemocratici; e di didattica della matematica in età infantile, con particolare riguardo per i bambini di 3-8 anni e per i bambini con trisomia 21. Oltre ai numerosi articoli e contributi in volume, fra i saggi pubblicati: *The world as a mathematical game. John von Neumann in 20th century science* (con G. Israel, Birkhäuser, 2008); *Fabbriche, sistemi, organizzazioni* (Springer, 2003); *Pensare in matematica* (con G. Israel, Zanichelli 2012); *Euclides. La fuerza del conocimiento matemático* (Nivola, 2004); *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini* (Zanichelli, 2016).

Anna Mazzitelli, cultore di *Biologia generale* e membro esterno del Laboratorio di Matematica per la Formazione Primaria del Dipartimento di Scienze della Formazione dell'Università degli Studi Roma Tre, è Dottore di ricerca in biologia cellulare e molecolare e docente di scuola primaria a Roma. Nell'area della botanica (studio dei pollini) ha pubblicato numerosi articoli in riviste internazionali.

Francesca Neri, cultore di *Matematica e Didattica della matematica* e membro esterno del Laboratorio di Matematica per la Formazione Primaria del Dipartimento di Scienze della Formazione dell'Università degli Studi Roma Tre, è laureata in Scienze della Formazione Primaria e in Discipline della musica e dello spettacolo e docente di scuola primaria a Roma. Si occupa di teatro educativo, della presenza scenica nel lavoro dell'insegnante, e dell'introduzione degli aspetti di drammaturgia, ritmo e esperienza corporea nella didattica della matematica con bambini. Su questi argomenti ha tenuto numerosi corsi di formazione (in particolare con l'Associazione Tokalon) e ha pubblicato alcuni lavori di ricerca-azione, fra cui *Insegnanti: 12 ore in sala teatro. Voce, gesto, drammaturgia* (MimesisLab, Dipartimento di Scienze della Formazione, Università degli Studi Roma Tre, 2016).

Emanuela Spagnoletti Zeuli, cultore di *Matematica e Didattica della matematica* e membro esterno del Laboratorio di Matematica per la Formazione Primaria del Dipartimento di Scienze della Formazione dell'Università degli Studi Roma Tre, è laureata in Scienze della Formazione Primaria e in Sociologia (indirizzo antropologico) e docente di sostegno nelle scuole primarie a Roma. Da diversi anni è formatore in servizio degli insegnanti delle scuole dell'infanzia e delle scuole primarie (in particolare con la Associazione Tokalon). In collaborazione con A. Millán Gasca, ha pubblicato *La geometria nei materiali e nelle immagini per apprendere il sistema di numerazione posizionale decimale. Dalla storia alla scuola di oggi* (in "Periodico di matematiche", serie IX, 7 (3), 2015).

1. La storia della matematica e i bambini: origini, obiettivi e metodologia della ricerca

L'introduzione degli aspetti storici nella didattica della matematica elementare è oggetto di ricerca e di proposte operative da diversi anni. In questo lavoro ci soffermeremo sull'incontro fra i bambini e la storia della matematica: il suo scopo, i mezzi adoperati, e una riflessione su ciò che avviene in aula quando i bambini incontrano la storia della matematica. Miguel de Guzmán (1936-2004), in una testimonianza in parte autobiografica, si è soffermato su questa capacità di orientamento nel panorama della matematica elementare che offre il contesto storico e biografico, di fronte a concetti che altrimenti appaiono come "verità che escono dall'oscurità e si dirigono verso il niente" (Guzmán, 2007, pp. 31-33):

La visione storica trasforma meri fatti e abilità senz'anima in porzioni di conoscenza cercate ansiosamente e in molte occasioni con passione genuina da uomini in carne e ossa che si rallegrarono immensamente quando le hanno trovate. Quanti di quei teoremi, che nei nostri giorni di studenti ci sono apparsi come verità che escono dall'oscurità e si dirigono verso il niente, hanno cambiato di aspetto per noi nell'acquisire un perfetto senso entro la teoria, dopo averla studiata più a fondo, incluso il suo contesto storico e biografico. La prospettiva storica ci avvicina alla matematica come scienza umana, non divinizzata, alle volte penosamente strisciante e in altre occasioni fallibile, ma capace anche di correggere i suoi errori. Ci avvicina alle interessanti personalità degli uomini che hanno aiutato a impulsarle lungo molti secoli, con motivazioni molto diverse... Il valore della conoscenza storica non consiste nell'aver una batteria di storielle e aneddoti curiosi per intrattenere i nostri alunni allo scopo di fare una sosta nel cammino. La storia si può e si deve utilizzare, ad esempio, per comprendere e fare comprendere un'idea difficile nel modo più adeguato¹.

¹ La traduzione è nostra in tutte le citazioni riportate. Guzmán è stato presidente dell'International Commission for Mathematical Instruction fra il 1991 e il 1998.

Si pone quindi la domanda se tale esperienza sia valida anche nel primo accostamento alla matematica, a partire dai 5-6 anni.

Non vi sono proposte operative né studi sistematici sulla proposta esplicita di contenuti storici ai bambini nelle ore di matematica a scuola². Vi sono numerosi fattori che concorrono a spiegare questa lacuna. A tutti i vari livelli, non di rado la storia è considerata solo fonte di aneddoti e di informazioni biografiche per alleviare la fatica dello studio della matematica, e un approfondimento ulteriore è generalmente considerato una conoscenza sofisticata, un lusso filologico. Nella formazione universitaria dei futuri insegnanti della scuola primaria e dell'infanzia, la presenza della storia della matematica si limita, come nella tendenza generale di cui sopra, ad argomenti puntuali, e principalmente ai sistemi di numerazione antichi o alle pratiche numeriche riportate da studi etnografici, alle origini della geometria greca e a biografie e aneddoti³. A rendere difficile pensare alla storia nella scuola primaria, contribuisce inoltre il convincimento che essa sia fuori della portata dei bambini, per via della complessità concettuale di un'idea dinamico-evolutiva dei concetti matematici in connessione con l'evoluzione complessiva della società e della cultura.

I libri di testo scolastici italiani degli ultimi anni raramente includono contenuti storici (si vedano nel prossimo paragrafo gli esempi della fig. 1); altrettanto può dirsi di libri di testo anche molto considerati per la loro efficacia didattica, come i manuali *Math Expressions* di Karen Fuson – nota studiosa statunitense del pensiero matematico infantile – oppure i manuali di Shanghai o di Singapore, che sono stati tradotti in altre lingue (circostanza straordinaria per l'editoria scolastica primaria).

La ricerca che si presenta ha due diversi punti di partenza. In primo luogo, vi sono le indicazioni provenienti dalla letteratura per l'infanzia a livello internazionale. A fare comprendere il valore formativo dei risultati anche recenti della ricerca in storia della matematica e le vie per avvicinarli ai bambini è stata l'archeologa Denise Schmandt Besserat, che nel suo albo illustrato *The history of counting* (1999, illustrazioni di Michael Hays) racconta ai bambini le proprie ricerche sulle origini della numerazione scritta nel mondo mesopotamico. In Italia, lo storico della matematica Enrico Giusti ha presentato la numerazione orale ai bambini in un libro intitolato *Awa insegna a contare* (2011, illustrazioni di Simone Frasca), le cui ultime pagine propongono alcuni esempi di lingue del mondo. Nel paragrafo 3 presentiamo alcune opere per l'infanzia di periodi precedenti che hanno ispirato l'aspetto pratico e teorico della ricerca.

In secondo luogo, nel corso di laurea in Scienze della Formazione primaria dell'Università Roma Tre, è stato introdotto progressivamente, a partire dal 2006, un gruppo selezionato di

² Rinviamo alle pubblicazioni del gruppo internazionale di studio "Storia e pedagogia della matematica" affiliato alla Commissione Internazionale per l'insegnamento della matematica (il gruppo si occupa anche della storia dell'insegnamento della matematica) e alle Scuole estive europee di storia ed epistemologia nell'educazione matematica.

³ Si vedano, ad esempio, *Mathematics for elementary teachers* di Sybilla Beckmann o *Mathematics for the elementary teacher: A contemporary approach* di Gary L. Musser e colleghi, libri di testo con molte edizioni. Sull'introduzione della storia della matematica nella formazione degli insegnanti della scuola primaria, si veda Millán Gasca & Gil Clemente, 2016.

temi storici in collegamento stretto con i contenuti istituzionali di matematica per i futuri insegnanti della scuola primaria e dell'infanzia e con la riflessione epistemologica. Essi hanno riguardato soprattutto l'età antica: l'origine dei concetti primordiali della geometria della misura e del numero (e il collegamento fra i simboli numerici e l'invenzione della scrittura); la nascita della matematica in Grecia; l'origine del sistema di numerazione indo-arabica e del sistema di numerazione decimale⁴. Questo approccio è debitore del pensiero di de Guzmán, e soprattutto di quello di Federigo Enriques (1871-1946), che imperniava la sua visione di un insegnamento dinamico sull'equilibrio fra intuizione, logica, e storia: "Più che le differenze dei metodi o le indicazioni dei programmi influisce sull'efficacia dell'insegnamento il valore degli insegnanti: la loro mentalità, la comunicativa, la passione che portano alle cose insegnate, la larghezza degli interessi che li fa capaci di mettersi al posto degli allievi e di sentire con essi. Nella misura in cui tali doti possono essere acquisite, occorre per ciò curare soprattutto la preparazione universitaria, e poi creare ai docenti condizioni di vita che lascino sufficiente libertà di mantenere e di svolgere la propria cultura. La formazione di docenti di matematiche che siano all'altezza dei loro compiti didattici, richiede, in genere, che la scienza sia da loro appresa non soltanto nell'aspetto statico, ma anche nel suo divenire. E quindi che lo studioso apprenda dalla storia a riflettere sulla genesi delle idee" (Enriques, 1938, p. 190)⁵.

È stato anche utile il contributo dello psicologo dello sviluppo Martin Hughes (1949-2011), il quale, nella sua ricerca sulle difficoltà dei bambini di classe prima in Gran Bretagna (5-6 anni) nell'incontro con i simboli matematici, si è rivolto allo studio dei sistemi di numerazione antichi, cui ha dedicato un intero capitolo del saggio *Children and number. Difficulties in the learning of mathematics* (1986).

Un risultato inatteso dell'introduzione della storia della matematica nella formazione di futuri insegnanti, è stato che quasi tutti i tirocinanti nell'area di Matematica e didattica della matematica, a partire dal 2007, hanno proposto le loro conoscenze storiche direttamente ai bambini a scuola, e ciò è avvenuto per loro iniziativa e attraverso una personale ricerca dei modi in cui queste conoscenze potevano essere presentate effettivamente in classe. La reazione dei bambini è stata positiva oltre ogni aspettativa, in termini di partecipazione in aula, motivazione, concentrazione e rendimento nelle verifiche scritte (o verifiche orali nell'unico caso della scuola dell'infanzia).

Dopo tali primi esempi di attività ideate in modo autonomo e senza continuità da studenti di Scienze della Formazione primaria nei loro tirocini⁶, a partire dal 2011 è stata condotta una ri-

⁴ Una presentazione organica è stata raccolta nel saggio *Pensare in matematica* (Israel & Millán Gasca, 2012; si vedano i capitoli 2 e 7); altri temi che possono giovare dagli aspetti storici in una presentazione elementare sono i numeri reali e le funzioni (si vedano i capitoli 6 e 9). A partire dal 2014, nel corso di laurea sono stati introdotti, in collegamento con i contenuti di didattica della matematica, anche aspetti di storia dell'insegnamento della matematica elementare in Europa dal Medioevo all'età contemporanea (si veda Millán Gasca, 2016).

⁵ Legittimamente si possono estendere queste considerazioni ai docenti che lavorano con le prime età, poiché è lo stesso Enriques a sottolineare che l'intelligenza matematica si può coltivare fin dalla prima infanzia.

⁶ Una riflessione sulle esperienze sporadiche svolte è stata presentata al Convegno nazionale "La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori" (Millán Gasca, 2011).

cerca sistematica alla quale hanno contribuito anche insegnanti in servizio⁷. Lo scopo della ricerca è stato duplice: in una prima fase, la progettazione di attività didattiche in matematica che includessero la conoscenza storica esplicita per gli allievi in età infantile, e la loro valutazione in termini di comprensione delle idee matematiche e di comprensione di ciò che la matematica è come ambito del sapere e parte della cultura; e in una seconda fase, l'individuazione di un sentiero di apprendimento (*learning path*) nell'arco delle cinque classi della scuola primaria italiana⁸, suscettibile di essere applicato anche altrove.

Nel paragrafo 2 proponiamo alcuni esempi di attività didattiche progettate e realizzate dai 5 anni (ultimo anno della scuola dell'infanzia) ai 10 anni, in scuole pubbliche del Lazio, in ambito rurale e urbano, in quartieri centrali e periferici di Roma. Gli argomenti sono stati scelti sia a partire da proposte contenute in libri per l'infanzia, sia a partire dai temi trattati nei corsi rivolti ai futuri insegnanti. Alcune attività sono state replicate in più scuole dello stesso grado (ad esempio in varie classi prime di scuole diverse) o di gradi diversi (ad esempio, uno stesso argomento sia in seconda sia in quinta). Si illustrano brevemente anche i materiali didattici e i metodi. Tale descrizione, così come la valutazione complessiva dell'incontro con la storia della matematica nei bambini presentata nel paragrafo 4, sono il risultato di una ricerca didattica condotta con metodi qualitativi, attraverso l'osservazione e le interviste "da vicino", la registrazione di aneddoti, l'analisi delle esperienze vissute in classe anche attraverso il racconto e l'elaborazione scritta, e il confronto fra le esperienze (Van Manen, 2016, Postic & De Ketele, 1988).

Non è possibile in questa sede illustrare i contenuti di storia della matematica che sono stati proposti ai bambini, né tantomeno discutere gli argomenti dal punto di vista storiografico. Le attività proposte si basano su conoscenze aggiornate di storia della matematica e della scienza, e sulla consapevolezza da parte di tirocinanti e insegnanti di questioni storiografiche quali quelle riguardanti l'uso delle fonti primarie o il contrasto fra diverse interpretazioni.

⁷ Lo studio è stato condotto nell'ambito delle attività del Laboratorio di Matematica per la formazione primaria, unità di ricerca del Dipartimento di Scienze della Formazione dell'Università Roma Tre, che include una comunità di pratica di insegnanti in servizio. Una prima sintesi di alcune indicazioni metodologiche è stata presentata nel saggio Millán Gasca, 2016, per quanto riguarda in particolare il ruolo dei contenuti storici nell'apprendimento e nell'insegnamento della matematica. Le sperimentazioni in aula sono state condotte laddove vi era la necessaria (e non scontata) accoglienza da parte delle scuole di contenuti di storia della matematica, sia per i tirocinanti sia per gli insegnanti in servizio; ciò spiega le date e luoghi che saranno menzionate: il lavoro di progettazione, discussione e analisi all'interno del Laboratorio ha permesso di collegare la riflessione teorica alle verifiche sul campo.

⁸ Questa seconda fase è stata sollecitata alla fine del 2012 da Karen Fuson, attenta ai *learning path*, ossia i sentieri di apprendimento per i singoli nodi della rete di elementi della matematica elementare; le autrici desiderano ringraziare Karen Fuson.

2. Temi di storia nelle lezioni di matematica con bambini e strategie didattiche

In questo paragrafo – seguendo la metodologia qualitativa citata sopra⁹ – proponiamo alcuni esempi, aneddoti, immagini, testi e testimonianze di aula, unitamente alla presentazione di una serie di questioni didattiche specifiche che sono state messe a fuoco nel corso delle esperienze, e che verranno discusse nel paragrafo successivo.

Le tirocinanti che per prime hanno deciso di introdurre – nel corso delle loro 60 ore di tirocinio didattico attivo del corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria – argomenti di storia della matematica, si sono assunte un rischio anche di fronte agli insegnanti delle classi, poiché questi temi non sono presenti nei materiali né tanto meno nelle Indicazioni Nazionali per la scuola primaria (per non parlare della scuola dell'infanzia). Nei sussidiari italiani vi è una presenza discontinua di aspetti storici, riguardanti principalmente i numeri romani (fin quando sono stati considerati con attenzione) e le origini del sistema di numerazione indoarabico (Figura 1).

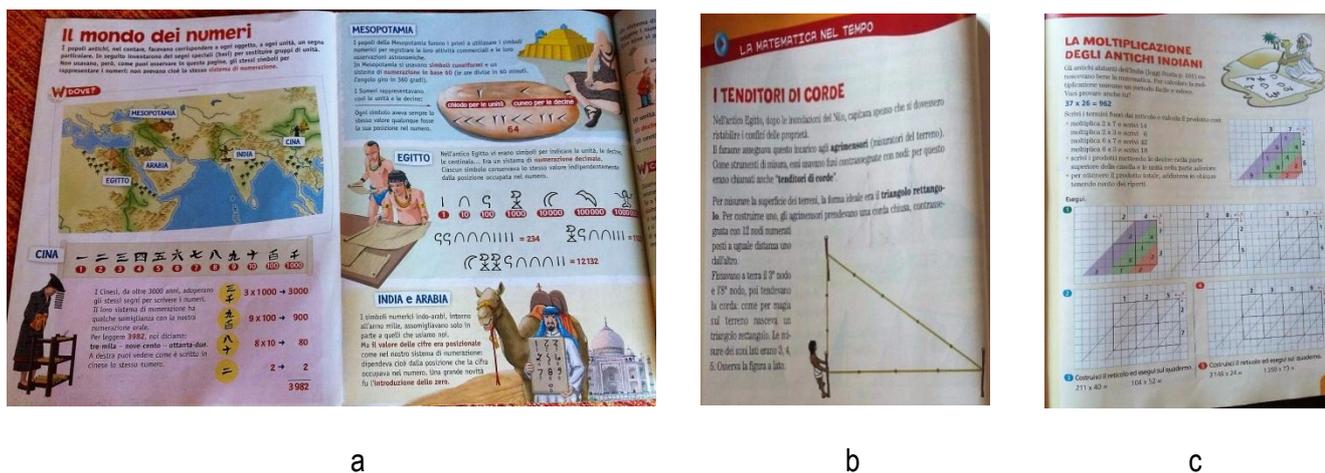


Figura 1 – La storia della matematica in due manuali per la quarta classe della scuola primaria pubblicati dopo il 2000 in Italia. a) la storia della numerazione in una doppia pagina in Reporter di Gloria Filippini, Cristina Scardi, Mariantonietta Berardi, Irma Rubaudo, a cura di Mario Amulfi, il Capitello, Torino 2009; b) e c) la matematica nel tempo in Iperlibro di Gianfranco Bresich, Deagostini Scuola, Milano 2005 (si ringrazia Maria Visceglia)

⁹ Possibili errori o imprecisioni anche grammaticali contenuti in citazioni da relazioni finali di tirocinio (come in questo caso, si veda la didascalia della Figura 2) oppure in testimonianze dirette orali o scritte (registrazioni, lettere) non sono state corrette.

I contenuti storici sono stati proposti anche a bambini molto piccoli, poiché la ricerca del Laboratorio di Matematica per la Formazione primaria aveva nello stesso periodo come argomento principale l'incontro dei bambini con la matematica fra i 5 e i 7 anni. Tale ricerca partiva dalla constatazione del fatto che in classe prima, in Italia, non di rado l'incontro dei bambini con la matematica si riduce ad iniziare un quaderno dedicato, sul quale scrivere le cifre, poi i numeri a due cifre e le prime disequazioni ed equazioni (confronti maggiore o uguale e operazioni), oltre che operazioni in colonna e piccoli problemi. Questo tipo di incontro produce straniamento e rifiuto da parte di molti (la maggioranza dei bambini) in ogni classe, perché, di fronte a esso, i bambini si pongono la legittima domanda: cosa è la matematica? e soprattutto: perché mi dovrei impegnare nel fare ciò che mi è richiesto nelle ore di matematica? Di conseguenza, all'esigenza di trovare esempi concreti, oppure materiale didattico per aiutare a capire questioni specifiche (ad esempio, sul significato dei simboli, sulle procedure del sistema di numerazione posizionale, oppure sui solidi o sull'addizione), si aggiunge quindi una domanda di natura generale che, se non viene presa in considerazione, rischia di compromettere non solo la motivazione ad apprendere ma anche l'apprendimento stesso. A questa domanda, che gli allievi si trascinano spesso lungo tutti gli anni della scuola primaria – anche se ormai sepolta da consuetudini e sopportazione – la storia della matematica può dare risposta.

Una serie di attività ripetute da tirocinanti in varie classi, in scuole diverse e in momenti diversi, hanno riguardato le origini della numerazione scritta.

Ad esempio, un'attività *hands on* in classe prima che simulava le *bullae* e i contrassegni sumeri per rappresentare quantità discrete (tema del citato libro di Schmandt Besserat), è stata realizzata all'interno di un lavoro complessivo sul concetto di numero attraverso segni e vocaboli e sull'uso dei numeri in contesti diversi, volto a superare l'esclusiva focalizzazione sull'apprendimento delle cifre (Figura 2; cfr. Figura 3)¹⁰.

Raccontando di tutti i passaggi fondamentali che hanno portato alla nascita dei primi segni di scrittura dei numeri, ho mostrato manualmente le varie tappe. Ad ogni passaggio fondamentale ho scattato delle foto, così da riprodurre una serie di sequenze esplicative.

[...] Ho detto alla classe di immaginare di essere degli antichi commercianti di bottoni e che avremmo voluto sapere il numero dei bottoni del negozio, sia grandi che piccoli.

Da qui ho mostrato, in sequenza, i vari passaggi.

Abbiamo contato tutti i bottoni e per ognuno di essi abbiamo messo un sassolino nella *bulla*. L'abbiamo chiusa e sigillata. Ho fatto notare che se ci fossimo scordati il numero dei *calculi* che avevamo messo avremmo dovuto riaprire la *bulla* (e per fortuna che questa non è vera argilla se no si sarebbe definitivamente rotta) e ricominciare di nuovo a contare.

A questo punto ho mostrato lo stratagemma escogitato dagli antichi successivamente per il quale non era più necessario rompere la *bulla*. [...]

¹⁰ Attività condotta dall'insegnante Alessia de Castro che nell'a. s. 2008-2009 ha svolto il suo progetto di tirocinio presso la classe IB dell'Istituto Comprensivo "L. Caetani" di Cisterna, in provincia di Latina (De Castro, 2009; L'incontro con la matematica in classe prima http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/matematica_prima.shtml).

Ecco come quattromila anni fa in Mesopotamia sono nati i numeri, usati per contare e misurare! (ho aperto la cartina del planisfero che avevo portato con me e ho fatto vedere la posizione geografica di questa terra, l'attuale Iraq).

Naturalmente, tra un passaggio e l'altro e alla fine di questa attività, ho fatto riprodurre le mie azioni a qualche bambino, facendo spiegare anche a voce ogni azione fatta. Mi sono accertata che tutti capissero bene i motivi di ogni evoluzione.

Ho poi detto alla classe che varie civiltà, di varie parti del mondo hanno inventato sistemi diversi per scrivere i numeri. Così ho mostrato ai bambini alcune pagine del libro *All'inizio fu lo scriba* dove sono mostrati i simboli numerici usati da varie e diverse popolazioni. I bambini erano curiosissimi di sapere come poteva essere possibile che con quei pochi e semplici segni grafici "potevano venir fuori tanti numeri". Così hanno chiesto come funzionavano quei sistemi e facevano domande sulle popolazioni che li usavano. [...]

Il racconto sui primi segni di scrittura dei numeri è servito per esercitarsi nel conteggio, per rafforzare la corrispondenza tra oggetti, segni e simboli numerici, per riconoscere il carattere convenzionale del sistema di numerazione posizionale e distinguerlo da altri tipi di sistemi. Non solo: il racconto della storia ha contribuito ad affascinare i bambini al mondo dei numeri.

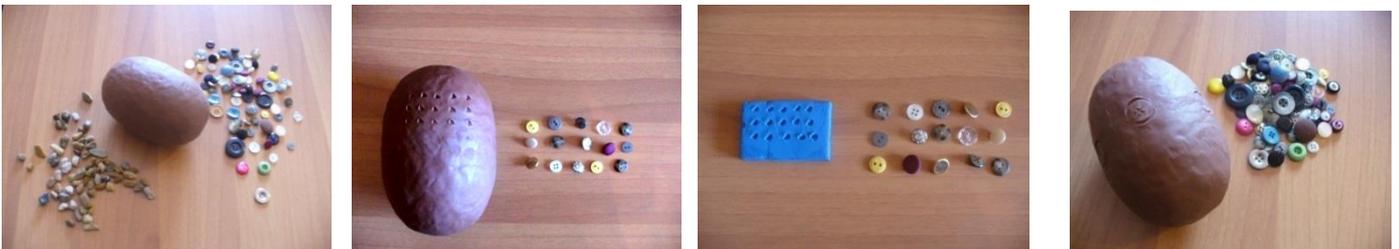


Figura 2 – I calcoli o contrassegni, i bottoni da contare, il contenitore sferico d'argilla (bulla), la bulla sigillata con i calcoli all'interno; l'impronta dei calcoli sulla superficie della bulla; "neanche la bulla": la tavoletta (De Castro, 2009)



Figura 3 – La stessa attività con materiali più elaborati (Amato, 2010)

Nello stesso livello scolastico, ossia in classe prima, il lavoro sulle origini della numerazione scritta si è ampliato allargando la prospettiva verso l'aspetto interculturale, il carattere convenzionale della notazione e la decomposizione aritmetica che è alla base di differenti sistemi di numerazione (Figura 4)¹¹:

	INGLESE	SASSONINI	MANI	SUMERI	EGIZI	CINESI	ROMANI
UNO	ONE	.	♁	♁	1	1	I
DUE	TWO	• •	♁♁	♁♁	11	11	II
TRE	THREE	• • •	♁♁♁	♁♁♁	111	111	III
QUATTRO	FOUR	• • • •	♁♁♁♁	♁♁♁♁	1111	1111	IIII
CINQUE	FIVE	• • • • •	♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁	11111	11111	V
SEI	SIX	• • • • • •	♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁	111111	111111	VI
SETTE	SEVEN	• • • • • • •	♁♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁♁	1111111	1111111	VII
OTTO	EIGHT	• • • • • • • •	♁♁♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁♁♁	11111111	11111111	VIII
NOVE	NINE	• • • • • • • • •	♁♁♁♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁♁♁♁	111111111	111111111	IX
DIECI	TEN	• • • • • • • • • •	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	1111111111	1111111111	X
LINQUANTA	FIFTY	• • • • • • • • • • •	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	11111111111	11111111111	L
CENTO	ONE HUNDRED	• • • • • • • • • • • •	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	111111111111	111111111111	C
MILLE	ONE THOUSAND	• • • • • • • • • • • • •	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁♁	1111111111111	1111111111111	M

Figura 4 – Simboli e parole per i numeri in classe prima (Amato, 2010)

Il ricorso all'immedesimazione che abbiamo visto emergere ha portato a proporre a questo riguardo molti racconti che sono stati pubblicati in Italia nello stesso periodo di svolgimento della ricerca: oltre a *Awa insegna a contare* (2011) di Enrico Giusti, altri due racconti pubblicati anch'essi dal Museo per la matematica Il Giardino di Archimede da lui diretto, *Uri il piccolo sumero* (2008) e *Ahmose e i 999.999 lapislazzuli* (2008), entrambi di Raffaella Petti. Inoltre, sulla numerazione scritta, *La grande invenzione di Bubal* (2012) di Anna Cerasoli, già docente di matematica e autrice di un'ampia produzione di libri matematici per l'infanzia¹². Questi racconti, imperniati su personaggi-bambini, hanno fatto emergere una grande energia di *mimesis* nelle classi. In una classe seconda, Bubal è stata considerata una compagna di classe durante 15 sessioni di lavoro, successive alla lettura della storia, e dedicate ad argomenti non più di

¹¹ Dall'insegnante Elisa Amato che nell'a. s. 2009-2010 ha svolto il suo progetto di tirocinio presso la scuola Antonio Gramsci di Roma (Amato, 2010; *Come si scrivono i numeri? Un percorso attraverso la storia e i luoghi del mondo*, http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/matematica_prima.shtml).

¹² I libri di Giusti e Petti sono illustrati da Simone Frasca. Il libro di Anna Cerasoli è illustrato da Desideria Guicciardini.

tipo storico¹³. Due sperimentazioni in cui la storia dei numeri è stata oggetto di un lavoro sistematico, combinato con il resto dei contenuti di alfabetizzazione numerica nell'arco dell'intero anno da insegnanti in servizio, avvalendosi da libri per l'infanzia, sono state condotte nell'a. s. 2011-2012 (Figura. 5, cfr. con Figura 2 e Figura 3)¹⁴ e nell'a. s. 2016-2017¹⁵.



Figura 5 – Attività in classe prima basata su Uri il piccolo sumero, condotta nel 2011: contrassegni e tavolette realizzate in aula; lavoro sul quaderno dopo la lettura (foto di Emanuela Spagnoletti Zeuli)

Il seguente stralcio di *Sono il numero 1* di Anna Cerasoli (2010, illustrazioni di Ilaria Faccioli), che è stato usato in aula sia in classe seconda sia in classe quarta durante un tirocinio, ha indicato ai tirocinanti come può avvenire in classe una presentazione sotto forma di racconto, che non deformi la storia ma la avvicini ai bambini sottolineando anche ciò che è in gioco dal punto di vista prettamente matematico. Si tratta di un pezzo intitolato “I più bravi furono gli in-

¹³ Progetto “Muovere il corpo, muovere la mente... con la matematica” della tirocinante Michela De Tecco, realizzato nella II F della scuola Falcone dell'Istituto comprensivo Ladispoli 1 (provincia di Roma), nell'a. s. 2012-2013 (<http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/MICHELA%20DI%20TECCO%20curate%20Muovere%20il%20corpomuovere%20la%20mente%20con%20la%20matematica.pdf>).

¹⁴ Da Emanuela Spagnoletti Zeuli presso l'Istituto Comprensivo Lante della Rovere di Roma, *La matematica in classe prima: un'analisi critica della prassi didattica corrente* (http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/Spagnoletti_Classe%20prima.pdf).

¹⁵ Da Anna Mazzitelli presso l'Istituto Comprensivo “Don Lorenzo Milani” di Monte Porzio Catone in provincia di Roma, *Matematica con i sassi. Il mio lavoro di quest'anno in una prima* (http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/matematica_laboratorio.html).

diani” – seguito da “Infatti inventarono i numeri” – nel quale si riferiscono le parole della maestra del protagonista del libro: è un episodio di vita di classe, che avviene in una atmosfera di interesse e nel contempo di spensieratezza (Cerasoli, 2010, pp. 25-29):

Pensa che ti ripensa a come dovevano fare per non avere in mezzo ai piedi quei cumuli di sassi, alla fine l'idea venne agli Indiani.

E fecero così. Mettiamo che un pastore indiano aveva 143 pecore, perciò aveva 143 sassi. Con le dita delle mani contava dieci sassi, li buttava via e al loro posto metteva un sasso più grande.

Alla fine aveva 14 sassi grandi e 3 piccoli [...] “In questo modo, erano bastati solo otto sassi per rappresentare il numero delle sue pecore!” ha detto la maestra tutta contenta.

Ma intanto Marco e Davide stavano ridendo come matti [...] perché pensavano a qualcuno che passava vicino alla casa del pastore e si beccava tutti quei sassi. [...]

Allora ebbero una idea geniale. Usarono sassi tutti uguali [...]

Il Califfo, subito, chiamò i suoi sudditi e disse: “Non fate i pelandroni, studiatevi bene questi numeri, così diventerete più bravi nei calcoli e i vostri affari andranno meglio”.

E così fu. [...]

Dopo, gli Arabi li hanno insegnati a noi Europei. Ecco perché li chiamiamo numeri indo-arabici.

La storia della numerazione nel Vicino Oriente in quanto inizio dell'amministrazione e della contabilità, insieme alle origini del sistema di numerazione indo-arabico, sono state considerate nel contesto di un progetto di tirocinio sull'economia svolto nelle ore di matematica. Il lavoro è stato svolto in una classe quinta dove erano stati raccolti i bambini con le maggiori difficoltà della loro classe di età della scuola; questa è una testimonianza immediata della tirocinante (Figura 6)¹⁶:

Questa mattina ci siamo divertiti davvero molto tutti quanti! I bambini hanno detto che non era mai capitato loro di divertirsi così tanto a scuola e allo stesso tempo imparando qualcosa!

Ho fatto molte foto ed anche questo ci ha divertito molto, perché eravamo sporchi di das e come noi anche i bambini! I bambini, che per la prima volta hanno potuto lavorare in gruppo, erano entusiasti e lo ero anche io perché oggi ho avuto la conferma che è questo quello che voglio per il mio futuro! Oggi in VA non c'erano bravi e meno bravi e neppure gli svogliati di sempre, ma solo bambini contenti di imparare cose nuove in modo diverso dal solito!!! Le maestre erano sbalordite anche del fatto che, pur di fare questo lavoro, i bambini hanno promesso e soprattutto mantenuto la promessa di ripulire l'aula! [...] c'è stata una variazione, inaspettata e piacevole, riguardo l'inizio della lezione, infatti, assecondando una richiesta partita dai bambini, la VA ha mostrato la *bullo* e i calcoli alle altre due quinte. [...] vuol dire che è piaciuta molto anche a loro quest'attività, che comunque si sentivano padroni dell'argomento per accettare di parlarne ai loro compagni e poi perché finalmente la VA non era un riferimento negativo per la scuola, ma addirittura i suoi piccoli abitanti andavano ad insegnare qualcosa agli altri “più bravi e volenterosi”!!!

¹⁶ Dalla tirocinante dott.ssa Daniela Pagliaroli, che ha svolto il suo progetto di tirocinio presso l'Istituto Comprensivo Giovanni Paolo II di Terracina (Latina) nell'a. s. 2012-2012 (Pagliaroli, 2013, *L'economia per i più piccoli... in aula di matematica* http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/matematica_quinta.shtml).



Figura 6 – L'economia nelle ore di matematica, si veda nota 15. Ai bambini di questa classe quarta è stata proposta di seguito la storia del sistema di numerazione indo-arabico attraverso le pagine prima citate di Anna Cerasoli (tratte da Pagliaroli, 2013)

Lo stesso argomento, in questo caso i sistemi di numerazione dei Sumeri, è stato proposto in modo avanzato, seguendo un principio di gradualità, in classe quarta, presso il VII Circolo Didattico Montessori di Roma nell'a. s. 2016-2017 (Figura 7). Con allievi maggiori, non si è trattato più solo di capirne le origini mediante un laboratorio manuale (grazie al ruolo dell'argilla!) e di scrivere alcuni numeri a due o tre cifre, ma andando oltre, di eseguire alcuni esempi delle quattro operazioni e di scrivere le espressioni che indicano la decomposizione.

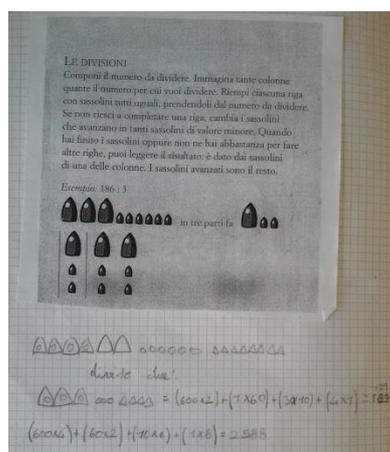
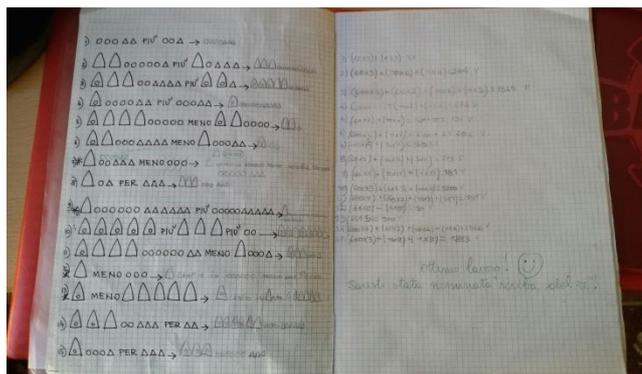


Figura 7 – Il lavoro di E. Spagnoletti Zeuli: la trasformazione dei simboli sumeri in cifre arabe attraverso un calcolo che di fatto è un’espressione con addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni e parentesi tonde. “Era la prima volta che i bambini vedevano e provavano a lavorare con le espressioni (oltretutto espressioni che si scrivevano da soli!) e questo è piaciuto molto a tutta la classe”

In classe quarta sono stati proposti problemi antichi tratti dalla raccolta di Alcuino di York, *Problemi per rendere acuta la mente dei giovani*. Questi problemi semplici sono delle storielle ambientate nell’alto Medioevo, che hanno anch’esse permesso di mettere in gioco la *mimesis* per attivare una intensa spinta a risolvere i problemi e coadiuvare la stessa ricerca della soluzione¹⁷.

Tutti i progetti di tirocinio e le sperimentazioni di insegnanti in servizio presentati finora hanno inserito la storia per coadiuvare la didattica di specifici argomenti di matematica. Men-

¹⁷ Svolto dall’insegnante Ilaria Colella presso l’Istituto Comprensivo Leone Caetani” di Cisterna (provincia di Latina) nell’a. s. 2011-2012, *Un viaggio nel mondo della matematica elementare attraverso storie e racconti*, http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/Colella_Sito%20matepri.pdf.

zioniamo ora due esempi in cui la storia della matematica stessa era l'argomento delle lezioni. Il primo è uno dei primi progetti di tirocinio in cui sono stati proposti argomenti storici per volontà di una tirocinante, nell'a. s 2006-2007 in classe quinta: 60 ore dedicate alla matematica greca, attorno a tre figure (Pitagora, Talete, Euclide), che hanno anche dato spunto a molti esercizi e problemi di matematica (Figura 8)¹⁸:

Ho svolto le prime due unità didattiche ed è stato molto interessante e davvero entusiasmante [...]. Durante le spiegazioni mi hanno fatto un'infinità di domande e tutto questo interesse mi ha gratificato molto.

In breve la prima unità didattica si è svolta con due lezioni frontali: sull'origine della matematica pratica in Mesopotamia, abbiamo parlato degli scribi e della funzione della matematica presso questa civiltà e quella egiziana; e sull'origine della matematica teorica in Grecia, in cui ho delineato il percorso nello sviluppo degli studi dei primi matematici e filosofi, con l'attenzione alle differenze con le civiltà sopraddette. Ho impostato la verifica con un test, che ho sottoposto alla classe prima di cominciare e dopo la fine delle attività, ho chiesto poi loro una rielaborazione personale, attraverso un disegno o una riflessione, su quanto si era spiegato e dialogato.

La seconda attività ha riguardato Pitagora e la sua vita, l'attività della comunità e gli studi sull'aritmetica. Abbiamo parlato di tutto: dal significato mistico dei numeri presso i pitagorici, alle categorie di numeri che scoprirono, ci siamo spinti, sulla scia della loro curiosità, fino al teorema di Pitagora. Tuttavia abbiamo concentrato la nostra attenzione sui numeri figurati. Abbiamo giocato rappresentandoli con delle palline e con dei magneti sulla lavagna. In questa unità ho letto loro il capitolo del Mago dei numeri, che descriveva l'avventura di Roberto nel deserto con le noci di cocco e i cubetti di ghiaccio.

[...] all'inizio, durante l'osservazione, avevo detto alla classe che avrei regalato loro, come mio ricordo, due libri molto carini, Il Mago dei numeri e Mr Quadrato, beh Il Mago dei numeri me lo hanno già chiesto e hanno voluto che lo lasciassi in classe per leggerlo insieme alla maestra! Per finire abbiamo fatto un bel cartellone tutti insieme e io ho valutato empiricamente la loro comprensione sul meccanismo di rappresentazione dei numeri triangolari e quadrati.



Figura 8 – I nostri amici greci: Pitagora e in numeri figurati in classe V (tratta da Usai, 2008)

¹⁸ Svolto dall'insegnante Linda Usai nel suo tirocinio presso la scuola primaria Giuseppe Garibaldi – 199° Circolo Didattico di Roma, attualmente Istituto Comprensivo Via Ceneda (Usai 2008,, *I nostri amici greci* http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/matematica_quinta.shtml). La citazione è tratta da una comunicazione personale a Ana Millán Gasca del 29 novembre 2007.

Nell'a. s. 2016-2017, ancora in classe quinta, un'insegnante in servizio ha proposto un lavoro di ricerca dell'intera classe sulle biografie dei grandi matematici, a conclusione di un percorso di attività aggiunte alla programmazione della classe in orario prevalentemente pomeridiano svolto dalla classe terza alla classe quinta. Gli alunni hanno partecipato con coinvolgimento, realizzando lavori individuali per ognuno dei matematici analizzati¹⁹.

La seguente testimonianza del riscontro in classe è proposta da un'insegnante in servizio nelle sue lezioni di storia. Dovendo occuparsi del Vicino Oriente antico in classe quarta, ha proposto i sistemi di numerazione in Egitto e in Mesopotamia, arrivando fino alla numerazione posizionale babilonese²⁰:

Dal punto di vista matematico hanno vissuto un'esperienza di interesse, stupore e meraviglia.

Mi dicevano spesso che solo loro studiavano "i segreti" delle civiltà antiche (riferendosi ai numeri). Vivevano il tutto come un accesso speciale al sapere delle civiltà e non avevano timore di operare, con quei numeri, in sistemi con base diversa dal dieci.

Di particolare interesse è stato il momento in cui ho spiegato il sistema erudito babilonese: ha solo due simboli, che possono essere usati sia come uno²¹, sia come sessanta, ma anche come potenza di sessanta. Quindi ho dovuto spiegar loro le potenze, leggermente intimorita dico:

– “Quindi questo simbolo può essere usato sia come sessanta che come sessanta per sessanta, che come abbiamo già detto è sessanta alla seconda, cioè tremilaseicento. Dipende tutto dalla posizione che occupa!”

Mi volto verso di loro e mi aspetto fronti corrugate, tipiche di un grande “non ho capito”; so già che dovrò spiegare tutto molte volte. Ma girandomi ho una sorpresa: sorridono. Dicono, in ordine sparso:

– Ah!

– Ok!

– Ci dai qualche esercizio?

Scrive Ambra Chiachiararelli: “A onor del vero, se siamo partiti effettivamente da un movente storico, hanno trovato più piacere nel ‘giocare’ a scrivere numeri utilizzando tante basi diverse che a esercitarsi con i segni babilonesi”.

Negli esempi sperimentali di singoli argomenti storici introdotti in diverse classi, una critica pervenuta da parte di alcuni insegnanti in servizio ha riguardato il collegamento fra le questioni di storia della matematica e i periodi storici che per consuetudine sono trattati in ogni classe dalla terza alla quinta (non vi sono in Italia veri e propri programmi dettagliati, ma generiche indicazioni che lasciano molta libertà ai singoli insegnanti, anche se i sussidiari finiscono per condizionare fortemente la scelta degli argomenti da affrontare). Nei primi due anni non sono trattati periodi storici precisi, e soltanto preistoria e storia antica sono considerate nell'intero arco della scuola primaria. Le civiltà mesopotamiche sono trattate nel quarto anno e il mondo

¹⁹ Svolto dall'insegnante Felicia Savino presso l'Istituto Comprensivo “Alberto Manzi” di Villalba di Guidonia, in provincia di Roma, in una classe con metà degli allievi di origine straniera (Savino, 2017).

²⁰ Testimonianza di Ambra Chiachiararelli, 28 settembre 2017, relativa all'anno scolastico 2016-2017, presso il VII Circolo scolastico Montessori di Roma. Il lavoro prosegue nell'a. s. 2017-2018 con la lettura di alcuni brani degli Elementi di Euclide, che si collega al laboratorio di filosofia che seguono gli alunni (Zippel, 2017). Si veda Chiachiararelli 2018, in stampa, anche per la successiva citazione.

²¹ Si intende che i simboli o gruppi di simboli possono essere riferiti a unità, a sessantine, a gruppi di 3.600 (ossia 60 alla seconda) e così via.

greco nel quinto anno, ad esempio. In altri paesi questa interazione con i programmi di storia può presentare altre caratteristiche. Tuttavia, il nostro punto di vista è che i temi di storia della matematica, oltre alla loro efficacia dal punto di vista dell'apprendimento della matematica, costituiscano un'opportunità, e non un inconveniente o un problema per la didattica della storia in generale. La gradualità nell'apprendimento non significa sequenzialità rigida, e i bambini apprendono anche collegando conoscenze ed elementi (anche acquisiti al di fuori di scuola) in una rete sempre più ampia e coerente. Ad esempio, se si trattano i Sumeri in classe prima con un lavoro sulle *bullae* e sulla scrittura dei numeri con il sistema additivo, si potrà raccogliere e ampliare questo lavoro in classe quarta (quando si studia la civiltà sumera in Storia), verificando anche quanto i bambini, ormai più maturi dal punto di vista linguistico e della comprensione, si ricordano del lavoro più semplice svolto in prima.

Concludiamo con un'attività svolta nella scuola dell'infanzia con bambini di 5 anni, dedicata agli antichi agrimensori e alle origini dei concetti di linea retta, di punti come estremi della linea e di poligono. La tirocinante ha lavorato nel giardino e successivamente sulla rappresentazione 2D attraverso il disegno. L'attività in giardino (Figura 9) è stata introdotta dalla lettura di un passaggio del libro della scrittrice italiana Anna Cerasoli *Mr. Quadrato*, dove si parafrasa il frammento di Erodoto sulle origini della geometria, ma i bambini non riuscivano a seguirlo (il libro si rivolge a ragazzi delle scuole secondarie di primo grado). In seguito l'attività è stata ripetuta più volte usando la lettura di un libro pubblicato quello stesso anno dall'autrice, *La geometria del faraone* (2013) e i bambini hanno partecipato attivamente alla costruzione di poligoni con le corde, come avevano ascoltato fare nella storia.



Figura 9 – Piccoli agrimensori con corde e paletti nella scuola dell'infanzia: lati e vertici dei poligoni. Si osservi come gli estremi delle corde tese, tenute fisicamente dai bambini, permettono di identificare i vertici di triangolo e quadrilatero nel disegno. Il quadrilatero è decomposto in cinque quadrilateri

3. Storia e racconto nella letteratura matematica per l'infanzia

Nel corso dello studio pratico che abbiamo presentato nel paragrafo precedente, la riflessione teorica sulla metodologia didattica e sulla scelta degli argomenti storici si è avvalsa dell'analisi della letteratura per l'infanzia di argomento storico-matematico di ieri e oggi. Abbiamo già menzionato i singoli lavori di Schmandt Besserat e Giusti, e dei libri di due autrici italiane di letteratura per l'infanzia, Cerasoli e Petti. Un significativo riscontro è stato offerto dall'analisi di uno storico libro illustrato di letteratura per l'infanzia, pubblicato cento anni fa dallo studioso statunitense David Eugene Smith (1860-1944), *Number stories of time ago* (1919, fig. 10)²². Smith, docente al College of Education della Columbia University, ebbe un ruolo cruciale nella formazione degli insegnanti di matematica negli Stati Uniti, e scrisse libri di testo per le scuole, senza disdegnare gli allievi più piccoli, cui è rivolto un libro anch'esso con interessanti illustrazioni: *Work and play with number* (1912). Inoltre, Smith fu uno storico della matematica e raccolse nell'arco della sua vita un'ampia biblioteca di testi matematici antichi e medievali. Egli appartiene all'età dell'oro della storiografia della matematica, come l'ha definita Ivor Grattan Guinness (1994, vol. II, p. 1667), caratterizzata da un ampio lavoro sulle fonti cui lo statunitense diede un notevole contributo. Il libro sceglie, come nei libri che abbiamo citato, una forma di racconto e narra la storia dei numeri attraverso personaggi-ragazzi che incarnano epoche, luoghi e lingue diverse: Ahmed, Daniel, Titus...



CHAPTER III

HOW HIPPIAS AND DANIEL AND TITUS WROTE THEIR NUMBERS

"What is the story to-night?" asked the Tease as she came into the long room and stood before the fire, while the Crowd drew up the chairs.

"Story? Who said there was to be any story at all?" asked he of the curious book as he turned a new page.

"We always have a story," replied the Tease. "We have n't missed a single evening since we began."

"But we began only two nights ago."

"Yes, and this will make the third story," said George.

"But we must stop sometime," replied the Story-Teller, "and this is a good place."

23

Figura 10 – Una pagina di *Number stories of long ago* (1919) di D. E. Smith

²² I materiali del libro sono alla base di un'opera successiva rivolta a tutti, *Number and numerals: a story book for young and old* (1937).

La sua opera fu uno dei frutti più sorprendenti di una vera e propria età dell'oro della letteratura di matematica per l'infanzia fra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento, che in vario modo si allontanò dal tono severo delle aritmetiche scolastiche (Millán Gasca, 2015, 2016, 2017, Denniss, 2009). Questa produzione letteraria fu frutto del revival in Europa e negli Stati Uniti delle idee di Johann Pestalozzi (1746-1827) e dell'incontro fra la fiducia nella scienza trionfante e la fase più matura della scoperta dell'infanzia. Il libro di Smith si distingue per il ricorso alla storia della matematica: l'autore statunitense cercò di riversare le nuove conoscenze frutto della ricerca in storia della matematica in un racconto a sfondo storico. Il racconto poteva contribuire ad agevolare l'incontro con i simboli numerici, e aveva un valore culturale oltre l'alfabetizzazione, perché svelava ai ragazzi la presenza della matematica nella storia e in luoghi e epoche diversi del mondo.

Il libro si accostava a un'esperienza infantile della quale poco si era parlato fino ad allora, se non proprio negli scritti di Pestalozzi, ossia l'incontro con la scrittura e con la lettura: cosa pensano, come vivono i bambini questo contatto per nulla spontaneo cui sono destinati? Il pedagogista svizzero aveva evocato la fatica manuale e motoria della piccola mano che incide i segni; Smith propose le sue storie di numeri per dare spazio e possibilità di elaborazione alla sorpresa di fronte all'esistenza stessa delle cifre, attraverso le notizie sulla loro storia e sulla loro varietà; similmente a quello che aveva fatto Rudyard Kipling (1865-1936) per le lettere dell'alfabeto, in questo caso attraverso i racconti di pura fantasia per la figlia Effie e altri bambini, le *Storie proprio così* (*Just so stories for little children*, 1902). Il libro di Smith è un racconto, eppure ogni capitolo è corredato da piccoli problemi matematici legati ai vari modi di scrivere i numeri e di calcolare.

I personaggi e la narrazione, le illustrazioni, l'umorismo e una vivacità che addolcisce gli aspetti che richiedono uno sforzo per essere compresi, sono elementi comuni ai libri di storia della matematica per bambini citati nel paragrafo 2 e ai libri scritti cento anni fa da Kipling e da Smith. Le stesse risorse stilistiche e comunicative di un classico della storia per ragazzi, *Eine kurze Weltgeschichte für junge Leser* (1936) di Ernst H. Gombrich (2012, pp. 21-22, 24, 32):

Tutte le storie incominciano con "C'era una volta". E la nostra storia vuole raccontare proprio questo: che cosa c'era una volta. Una volta eri piccolo, e anche quando stavi in piedi raggiungevi appena con la tua mano quella della mamma. Te ne ricordi? [...] E una volta eri ancora più piccolo, e portavi i pannolini, ma di quello non ti puoi ricordare. Però sai che è così [...] È come un pozzo senza fondo! Se ci guardi dentro cercando di vederne la fine, ti verranno le vertigini. Come vengono a me [...] Ci sono dei luoghi in cui vengono conservate solo vecchie lettere e foglietti che sono stati scritti una volta. Quei luoghi si chiamano archivi. [...] Se poi ci chiediamo anche: Ma come sono andate di preciso le cose?, ecco che vorremo conoscere la storia. [...] Quando parliamo, o mangiamo il pane o usiamo un utensile o ci scaldiamo al fuoco, dovremmo ricordarci con gratitudine degli uomini preistorici, i più grandi inventori di tutti i tempi.

Nella letteratura per l'infanzia di argomento matematico di ieri e oggi, e anche nei libri che includono la storia della matematica, ricorre l'immagine di un bambino – anche molto piccolo – lettore o interlocutore di vivaci dialoghi ed esperienze che destano la mente aprendola al mondo. Vi è un'attenzione all'incontro fra bambini e matematica per cercare di rendere più piacevole o facile l'alfabetizzazione numerica; nel contempo, si guarda oltre il puro addestra-

mento al calcolo, poiché i numeri e la matematica sono una palestra del pensiero, della maturazione e dell'entrare nel mondo dei più piccoli. Non si tratta quindi di libri destinati esclusivamente ad addestrare senza fatica e in modo giocoso, bensì sono soprattutto libri che si rivolgono a lettori attenti e curiosi, raccontando e scoprendo loro il mondo e il sapere, avvicinandosi al loro sentire.

Nella seconda metà del Novecento, gli sforzi di rinnovamento e miglioramento dell'istruzione matematica infantile hanno seguito vie molto diverse dalla narrazione, la storia o lo scherzo. Ci si è concentrati sulle basi della conoscenza matematica da un punto di vista soprattutto logico-concettuale (si parlava infatti di "fondamenti", anche per la formazione degli insegnanti), quasi a voler ricostruire la conoscenza dei più giovani facendo tabula rasa delle loro concezioni intuitive sviluppate nel corso dello sviluppo, attraverso la loro consuetudine con le cose, il corpo, il movimento e la loro progressiva competenza linguistica. Di fronte all'immagine che gli esperimenti della psicologia sembravano offrire di un bambino illogico, incapace di ragionamento, certamente non soltanto la fantasia, ma anche la storia potevano apparire improponibili per avvicinare i più piccoli alla matematica e al pensiero scientifico. L'errore non poteva essere oggetto di scherzo, ma piuttosto qualcosa da temere e da scongiurare.

Una critica vibrante di questa impostazione fu scritta nel 1964 dal matematico italiano Bruno Di Finetti, celebre per i suoi contributi alla teoria della probabilità:

Si dovrebbe fare tabula rasa di ciò perché non è abbastanza scientifico o abbastanza filosofico secondo le predilezioni di certi specialisti; in base alle loro convinzioni si dovrebbe fargli riimparare in modo puramente razionale e colla preoccupazione del più pedante rigore con grande spreco di tempo una piccola parte di ciò che già avevano acquisito, travestendola poi in modo che ne perda la visione ed il gusto. Così si atrofizza e distorce l'intelligenza che si dovrebbe sviluppare; resta, infatti, da una parte, il nucleo di conoscenze intuitive di cui uno deve servirsi, ma su cui l'insegnamento ha steso un velo di diffidenza, e dall'altra rimangono residui più o meno indigeriti e indigeribili di astruserie o mattoni o pillole propinati contro voglia e senza persuasione.

Qualcosa di molto simile è avvenuto per quanto riguarda la conoscenza storica, come è stato osservato acutamente da Kieran Egan (Egan, 1983a, pp.13-14):

potremmo accettare la conclusione generale della psicologia secondo la quale i bambini piccoli non hanno il concetto della causalità storica, ma possiamo vedere che chiaramente essi hanno un concetto del tipo di causalità che tiene insieme le storie e le fa evolvere; potrebbero non avere un senso della cronologia storica, ma capiscono chiaramente "prima" e "dopo", e "molto, molto tempo fa" e "poco dopo" e così via; potrebbero non avere un senso astratto della monarchia o degli elementi che interagiscono nelle strutture politiche, ma capiscono chiaramente la potenza e la debolezza, l'oppressione, il risentimento e la rivolta, l'ambizione e la punizione; e potrebbero mancare di nozioni sofisticate di comportamento politico costruttivo o distruttivo, ma senz'altro capiscono bene e male. [...] che una cosa raggiunga un pieno significato richiede una maturità educativa; lo scopo del processo educativo è riempire gradualmente di significato i concetti. I gradi della comprensione sono infiniti, e la complessità del modo in cui apprendiamo una materia è infinitamente complicata.

Nell'introduzione della storia della matematica sotto forma di racconto nella didattica con bambini abbiamo visto all'opera – in ogni classe dove è stata proposta – le idee intuitive degli alunni. Centrale in questa alleanza è la *mimesis*, il cui valore paideutico o educativo è stato

sottolineato da Gilberto Scaramuzzo (2011, 2016) a partire dalla rilettura della *Poetica* di Aristotele, il quale si riferisce esplicitamente alla fanciullezza (*Poetica*, 4, 1448b):

L'attività mimesica è un istinto di natura comune a tutti gli uomini fin dalla fanciullezza [...] le sue prime conoscenze l'uomo le acquista per via di mimesi [...]

È ancora illuminante al riguardo la celebre distinzione fra storia e poesia (*Poetica* 9, 1451b):

Lo storico descrive fatti realmente accaduti, il poeta fatti che possono accadere. Perciò la poesia è qualche cosa di più filosofico e di più elevato della storia; la poesia tende piuttosto a rappresentare l'universale, la storia il particolare.

Vi è una questione di fondo che riguarda, da una parte, *il rapporto tra storia e racconto*, tra testimonianze storiche (fonti) e fantasia (come in ogni romanzo storico per adulti d'altra parte); dall'altra, *il concetto stesso di verità o di autenticità*, come percorso di avvicinamento, come ricerca più che come fatto dato una volta per tutti.

“La matematica mi piace perché dice sempre la verità”, ha scritto una bambina alla sua maestra-tirocinante alla fine della classe prima (De Castro, 2009). Tocchiamo qui con mano la questione della conoscenza, cruciale nel risveglio della coscienza nei bambini che avviene con il contributo della scolarizzazione. La storia della matematica propone così, sorprendentemente, temi affascinanti (gli antichi agrimensori, i commercianti arabi, i sapienti greci, i sognatori della rivoluzione scientifica e così via ...) per il bambino filosofo, come lo ha descritto Alison Gopnik, *The philosophical baby. What children's minds tell us about truth, love, and the meaning of life* (2009, pp. 34-35) che esplora il pensiero controfattuale dei “mondi possibili”, unendo la storia, il presente e il futuro:

Secondo la saggezza popolare, conoscenza e immaginazione, scienza e fantasia non sono solo profondamente diverse, ma anche in contrasto. Secondo le nuove idee [...] invece, le stesse abilità che garantiscono ai bambini un apprendimento così consistente, consentono loro anche di cambiare la realtà – di far nascere nuove ipotesi e di immaginare mondi alternativi che magari non sono mai esistiti.

Mondi mai esistiti che ci parlano però della verità si possono ritrovare nella *Aritmetica cavernicola* di Ermes Rigon, illustrata da Vittorio Sadini e pubblicato dall'editore La Scuola nel 1981 (tre edizioni): “Mosso dall'esigenza di rendere affascinante l'apprendimento dei primi elementi di aritmetica, l'autore ha voluto percorrere il cammino dell'uomo attraverso il tempo, ambientandolo nella preistoria, che affascina tutti”.

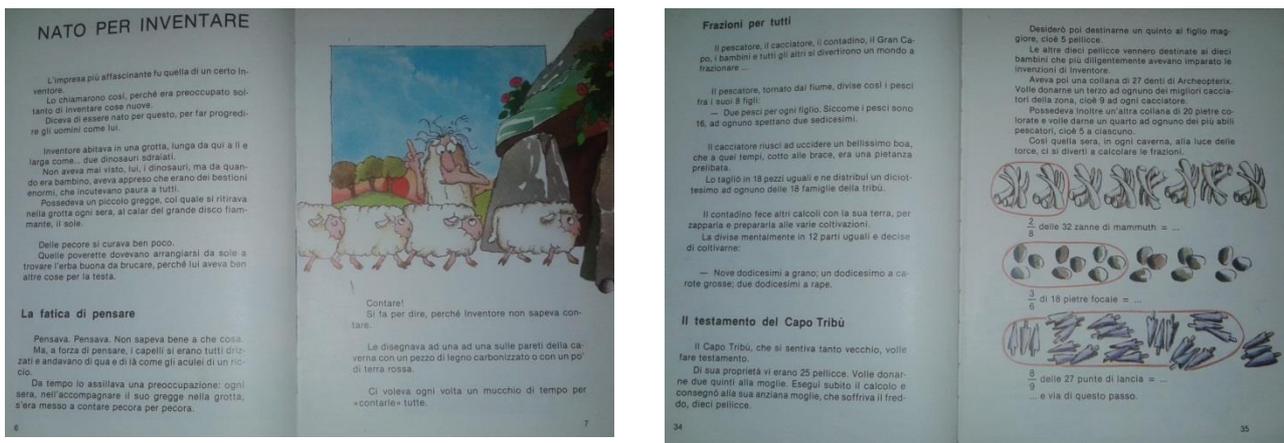


Figura 11 – Aritmetica cavernicola di Ermes Rigon

Nei racconti che abbiamo citato di Cerasoli e nei libri per bambini che si ispirano alla storia, si cerca la verosimiglianza, mentre nel libro di Schmandt Besserat (ma anche nel libro di Cerasoli *Tutti in festa con pi greco*) si presenta un racconto storico dove non vi sono più personaggi inventati, e ci si avvicina alla alta divulgazione della storia. La componente di *mimesis* che nelle storie per bambini è legata a fatti immaginari, anche se verosimili, può maturare con il passare degli anni, mantenendo intatta negli allievi una doppia capacità di discernere (*ratio*) e di immedesimarsi (*mimesis*), per l'avvicinamento alla storia dell'umanità, come pure alla letteratura o alla geografia. Come ha scritto Margaret Donaldson nel suo saggio *Children's minds* (1978), la capacità di ragionare in maniera deduttiva si palesa nei bambini nel loro comportamento spontaneo con grande chiarezza nei commenti e domande che fanno quando ascoltano un racconto. Accostare *mimesis* e storia alla matematica, contribuisce a reinserire, da parte dei piccoli allievi, la matematica (e il pensiero scientifico) nella matrice umanistica, restituendo i processi di calcolo e di misura alla cultura.

4. Valore pedagogico e nodi didattici della storia della matematica in classe

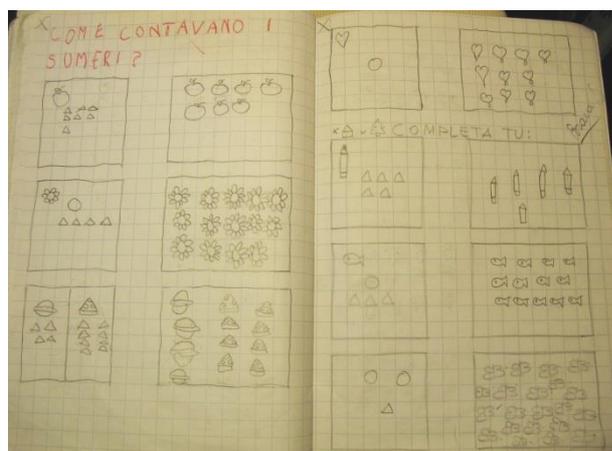
La storia della matematica è una delle vie attraverso le quali l'esplorazione di concetti molto astratti come quelli dell'aritmetica, della geometria, della probabilità – cui non si vuole rinunciare – diventano semplici e concreti, non perché svuotati dalla loro astrazioni, bensì perché si ancorano alla prossimità della vita (per dirla con Donaldson) o perché acquisiscono significato, esistenza nell'universo mentale dei piccoli alunni (per dirla con René Thom). Si comprende come non si possa rinunciare alla *mimesis* per insegnare matematica, ma nel contempo la storia aggiunge un elemento di tensione, e potenzia il valore pedagogico dell'esperienza dei bambini.

La storia della matematica si ripropone quindi con un *molteplice valore pedagogico*:

1) essa contribuisce a presentare ai bambini la matematica come disciplina, a dar conto della sua presenza a scuola fin dall'inizio della scuola primaria (o ancor prima), integrando le attività su "la matematica intorno a noi" e chiarendo progressivamente il collegamento fra ciò che si fa a scuola e la propria ambizione di sapere e di crescere.

2) essa contribuisce alla comprensione di alcuni argomenti cruciali di matematica, fra cui i concetti primordiali della geometria e dell'aritmetica; di conseguenza è del tutto naturale che il racconto sia corredato da esercizi e problemi veri e propri di matematica (fig. 12).

3) inoltre, in particolare nelle prime classi, il racconto storico tocca profondamente l'esperienza personale dei bambini nel loro primo approccio alla matematica scolastica; facendo sentir loro che le vicende delle invenzioni numeriche e geometriche hanno a che fare con le loro intime riflessioni sia sulle proprie difficoltà e dubbi, che sulle loro intuizioni. Anche i protagonisti di questi racconti si sono trovati in difficoltà nel ricordare il numero-cardinalità contando durante episodi della vita quotidiana; oppure non hanno saputo come "segnarsi il numero" (proprio come succede a Bubal nel racconto prima menzionato): anche loro si sono posti gli stessi problemi dei piccoli di oggi.



3. Sapresti ora rappresentarli con i segni numerali utilizzati dagli antichi Romani?

✓ 155 →

✓ 3711 →

I = 1	V = 5
X = 10	L = 50
C = 100	D = 500
M = 1000	

4. Completa la tabella nel modo opportuno come nell'esempio:

Numerali sumeri	Numerali Romani	Numerali indo-arabici
	LXXV	75
	CXI	
		1111

5. Qual è la rappresentazione decimale posizionale del numero 1027,121?

Figura 12 – Esercizi di storia della matematica sulla numerazione: a) nella prima classe (foto di E. Spagnoletti Zeuli); b) in quinta (Pagliaroli, 2010)

Quattro aspetti didattici sono emersi dal nostro studio per quanto riguarda *il ricorso al racconto* per parlare di storia della matematica:

1) il racconto a sua volta deve scegliere parole, esempi, stile diverso a seconda dell'età dei bambini: ciò è coerente con lo studio dei contenuti propriamente matematici, ai quali si può ritornare in una struttura ciclica, accompagnando la maturazione dei bambini dai 4-5 ai 10-11 anni;

2) il racconto di storie di fantasia con contenuto matematico e la narrazione storica valorizzano e incoraggiano la *mimesis* come forza di apprendimento nella prima infanzia.

3) la storia "romanzata" cattura i bambini se poggia su una conoscenza confermata dalla ricerca storica. Ad esempio, nelle esperienze con il racconto *Awa insegna a contare*, i bambini di 6 anni chiedono non di rado alla maestra la domanda cruciale: maestra, ma è vero? E' avvenuto proprio così?

4) vi è una evoluzione verso una consapevolezza storica maggiore, ma ogni tassello si ricomponne e arricchisce il bagaglio di conoscenze. Ad esempio, parlando delle origini della probabilità in una classe quarta, è stato menzionato il matematico del Cinquecento Gerolamo Cardano. Un alunno è intervenuto nella spiegazione chiedendo se Cardano fosse anche l'inventore della macchina da scrivere. L'insegnante è rimasta stupita e, ha detto che si sarebbe documentata: è seguita dunque, nella lezione successiva, qualche spiegazione sulle invenzioni dell'Ottocento!²³.

Nell'introduzione del racconto e della storia, quindi, è fondamentale il ruolo dell'insegnante che incarna questa trasmissione di idee che avviene per forza di cose con gradualità. Proprio ricordando come Platone nelle *Leggi* propone la matematica per i bambini ben oltre l'insegnamento del calcolo, Werner Jaeger, scrive: "è da attribuire a questo suo dominio su tutti i gradi del sapere il fatto che la matematica abbia fatto più presto di ogni altra scienza a compenetrarsi della necessità pedagogica di impartire le proprie nozioni secondo gradi diversi di apprendibilità conformi ai vari gradi dell'istruzione, senza sacrificare in nulla l'esattezza del suo metodo".

Infine, una breve riflessione per quanto riguarda il ruolo che la storia della matematica (e quindi della scienza) può avere nell'insegnamento della storia, e sul raccordo delle conoscenze di storia della matematica e della scienza con il resto delle conoscenze storiche. La scienza e la tecnica trovano spazio nei manuali di storia dei vari gradi scolastici soltanto in alcuni momenti, come la Rivoluzione scientifica in età moderna o quella industriale in età contemporanea; appare inevitabile che lo spazio aumenti nel futuro, considerando il ruolo onnipresente delle scienze e delle tecniche nel mondo attuale, e anche qui molto dipenderà dalla formazione degli insegnanti di storia. È necessario che vi sia un raccordo, una coerenza fra gli elementi di storia della matematica proposti ai bambini e ciò che apprendono di storia? E ancora: è necessario rispettare un andamento cronologico negli elementi di storia della matematica pro-

²³ Testimonianza dell'insegnante Emanuela Spagnoletti Zeuli in una classe quinta, durante il tirocinio presso l'Istituto Comprensivo "E.Q. Visconti" di Roma, nell'anno scolastico 2007-2008.

posti ai bambini nelle diverse classi? La sperimentazione condotta ci induce a pensare che le conoscenze di storia della matematica possono avere un influsso positivo sull'apprendimento della storia, in quanto abbiamo avuto un riscontro della visione di Egan (1983b). Questo autore prospetta per l'insegnamento della storia un ampliamento graduale del bagaglio di concetti, di capacità e di conoscenze verso una consapevolezza storica sempre più evoluta; e osserva che in quella più sofisticata, vi sono tracce di coinvolgimento con la storia di una natura molto diversa (immaginazione, empatia e coinvolgimento affettivo, senso morale, riflessione filosofica sui processi storici generali, affinamento del pensiero causale sotto varie forme, curiosità per i dettagli materiali del passato, identificazione con eroi e personaggi...). Abbiamo visto all'opera, nei bambini più piccoli, attraverso le storie, il coinvolgimento che Egan chiama "mitico", in cui si vedono all'opera le forze opposte dell'ignoranza e del sapere, della paura e della libertà... il confine fra fantasia e realtà non preoccupa più di tanto gli alunni. Nei più grandi l'approccio era quello che egli chiama "romantico" e di esplorazione dei confini del reale e della plausibilità. A questo riguardo, il pedagogista britannico considera auspicabile che il curricolo storico possa essere composto di singoli *unità* – *capsule* storiche scelte (Egan, 1983b, pp-76-77):

Le unità possono essere in forma di capsule; ciò che è avvenuto prima e ciò che avvenne dopo non ha molta importanza. Ciò che conta è che il materiale particolare sia vero, esemplifichi le qualità umane in extremis, abbia una forte linea narrativa, permetta l'esplorazione di qualcosa in gran dettaglio, e introduca elementi il più possibile diversi dalla loro esperienza quotidiana. Si può insegnare, in questo stadio, a comprendere un senso narrativo di causalità relativamente sofisticato.

Nella nostra proposta si scelgono capsule di storia della matematica perché esse potenziano la comprensione della matematica stessa; si noti che la storia crea una *distanza* dalla realtà vicina agli alunni, e quindi è un complemento delle attività che si rivolgono invece a ritrovare la matematica nel proprio mondo, con esempi e problemi. Inoltre, nell'ottica di Egan, quelle capsule andranno ad aggiungersi a un processo di accumulazione, che porta progressivamente a trovare attraverso episodi e aspetti ("bright bits and pieces", scrive) la rete di processi causali che lo studio della storia prospetta. Con i più piccoli, quando la linea cronologica non offre ancora lo sfondo complessivo, l'insegnante governa il collegamento fra i vari frammenti di storia; con i ragazzi più grandi, invece, la cronologia sostiene il discorso più maturo, e l'insegnante si può rivolgere ad aspetti come il collegamento fra grandi schemi interpretativi, i fatti e le fonti.

Proporre ai bambini un approccio storico-antropologico ha radicali implicazioni pedagogiche, poiché significa considerare l'istruzione matematica infantile qualcosa di diverso dalla pura alfabetizzazione numerica, contrasta la visione dell'istruzione matematica infantile come acquisizione di destrezze, principalmente di calcolo e di ragionamento su problemi elementari che ruotano attorno alle operazioni, alla misura e alla proporzionalità, accentuando il ruolo formativo della matematica nel senso classico (*paideia*). Questo processo contribuisce a superare il divario fra istruzione letteraria e istruzione scientifica che inizia fin dalla prima infanzia: da una parte, le *parole*, l'espressione e la storia (l'essere umano); dall'altra, i calcoli e le misure, l'osservazione fredda e personalizzata delle *cose* (la natura e la razionalità). Dal pun-

to di vista dell'efficacia didattica, esso non è in conflitto con altre vie quali gli esempi della vita quotidiana, l'uso di materiali concreti, le illustrazioni nei libri di testo, la grafica e l'organizzazione del materiale (ad esempio la sequenza di esercizi).

Tale approccio chiama in causa la formazione pre-servizio degli insegnanti di scuola primaria, che non di rado è incentrata sugli accorgimenti didattici e sul superamento di eventuali difficoltà degli alunni, e non sulla conoscenza da un punto di vista superiore della matematica stessa, inclusi gli aspetti storici ed epistemologici.

5. Un sentiero nella storia della matematica dalla classe prima alla classe quinta

I libri infantili che contengono elementi di storia della matematica, in Italia e in altri paesi, considerano essenzialmente il periodo antico e medievale, con particolare riguardo per la storia della numerazione. Tuttavia, la domanda che ci siamo posti nel corso dello studio, soprattutto per quanto riguarda le ultime due classi della scuola primaria, è: si può studiare matematica fino ai 10 anni, senza nessuna riflessione sulla trasformazione della matematica nell'Europa moderna a partire dalla Rivoluzione scientifica e l'Illuminismo?

A questo riguardo, abbiamo identificato alcune questioni cruciali sulle quali regna la confusione nei sussidiari e nella prassi scolastica italiana, che riguardano le basi del pensiero scientifico e il ruolo della matematica nella scienza: vengono proposti ai bambini "ricostruzioni" prive di autenticità e basi nello stato delle conoscenze in storia della scienza.

Il primo punto è la *misura*. Si propone ai bambini un'opposizione fra unità di misura convenzionali e arbitrarie, come se potesse esistere una unità di misura non convenzionale! Nei testi sumeri protocuneiformi vediamo già simboli numerici che si riferiscono a complessi sistemi di unità di misura per le lunghezze e le capacità. Le differenze regionali e locali, l'uso di parole uguali per indicare unità diverse in luoghi anche vicini non elimina il carattere convenzionale delle unità, alle quali necessariamente si applica, per misurare, il concetto geometrico di rapporto (fra lunghezze, aree, capacità, intervalli di tempo e così via), ottenendo così dei numeri. Il bambino che conta i passi per arrivare a qualche punto sta già unendo la geometria e l'aritmetica e quindi sta misurando. L'idea di un sistema metrico decimale, peraltro mai completamente impostosi a livello internazionale, è un progetto culturale dell'Illuminismo (Borgato, 2006) che può essere spiegato ai bambini delle ultime due classi: esso permette di comprendere molti aspetti del ruolo crescente della scienza nella modernità, e nel contempo contribuire a comprendere meglio la misura e a destreggiarsi con le unità di misura, fornendo un ancoraggio culturale a una parte importante dell'alfabetizzazione numerica.

Il secondo punto è la presentazione stessa del *metodo scientifico*, che è per lo più dogmatica, ed esclude quasi completamente dal quadro il ruolo della matematica, concentrandosi sull'osservazione e l'esperimento. Eppure non è difficile trovare esempi nelle scienze naturali che rendono possibile parlare di rapporti, di proporzionalità e avviare ai primi grafici di andamento lineare nelle relazioni fra variabili (si pensi alla densità o alla velocità, a partire da grandezze come distanza, volume, tempo, massa).

Come ha scritto Laurent Lafforgue (2007):

Al termine del percorso della scuola primaria, gli alunni devono padroneggiare con facilità, precisione e sicurezza le operazioni elementari sui numeri e sulle grandezze, e la manipolazione delle unità di misura; devono anche essere in grado di redigere in modo sintetico e rigoroso la soluzione di problemi di calcolo formulati nella lingua corrente, ispirati dalla vita pratica, dalle scienze naturali alla meccanica, e che necessitino di un ragionamento di natura discorsiva.

The graph represents an automobile traveling at a constant speed.

9. The points on the graph represent four ordered (x, y) pairs. Write the ordered pairs.

(____, ____) (____, ____) (____, ____) (____, ____)

10. Complete the table to show the relationship between time and distance.

Time (hours)	0			
Distance (miles)	0			

11. At what constant rate of speed was the automobile traveling? Explain how you know.

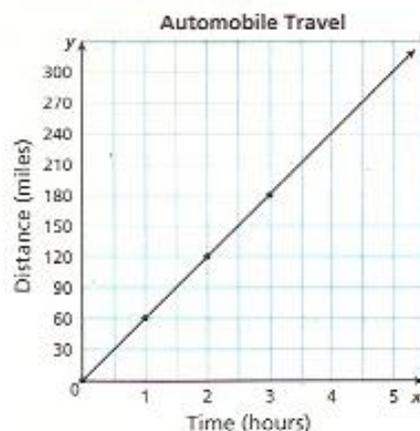


Figura 13 – Un grafico e una tavola di valori in un semplice esempio di moto, esercizio tratto dal sussidiario *Math Expressions Common core (2013)* di Karen Fuson, *Grade 5, vol. 2, p. 230*, editore Houghton Mifflin, Boston (USA)

Questi esempi possono acquisire un significato maggiore se accompagnati dal racconto storico sulle origini della scienza moderna. Un discorso simile si può fare per l'avvicinamento alla computazione e l'informatica (Millán Gasca 2016, pp. 253-255).

Concludiamo la nostra riflessione con una proposta di temi di storia della matematica che costituiscono un percorso di apprendimento in cinque anni di scuola primaria, a partire dai 6 anni.

Nella tabella finale proponiamo una scansione di temi, senza alcuna pretesa di rigidità, che può orientare l'insegnante nella progettazione delle lezioni. Dal punto di vista pratico, è soggetta ad adattamento in singole classi e situazioni, e in particolare a paesi diversi; e, dal punto di vista teorico, è una proposta soggetta a ulteriore studio e modifica. Per quanto riguarda la pratica, la presentazione di questa tabella non significa che sia necessario iniziare il percorso

in classe prima oppure rinunciare del tutto: se in classe quinta un gruppo di alunni non ha mai sentito parlare di storia della matematica, l'insegnante sceglierà fra tutto il materiale.

Come in ogni percorso di apprendimento, i temi elencati per ogni classe si intendono come *focus* di quel livello; tuttavia, le questioni indicate possono essere accennate nelle prime classi e poi riprese in classi successive. Ad esempio, abbiamo suggerito di considerare la numerazione sumera in classe prima; tuttavia, anche se essa non è più menzionata come focus nella tabella, la numerazione sumera può essere riconsiderata più avanti in esercizi più avanzati, rappresentando numeri a quattro cifre o scrivendo la decomposizione con una espressione aritmetica con quattro o più addendi (applicando un principio di gradualità, come sostiene Lafforgue). Viceversa, abbiamo suggerito di considerare la storia del sistema di numerazione indo-arabico in classe seconda, ma è del tutto naturale accennare agli "scopritori" delle cifre senza soffermarsi sulla storia, in classe prima, poiché i bambini apprendono in prima a usare le cifre.

Il percorso si divide, a grandi linee, in *due fasi*:

– nelle classi prima e seconda (6-7 anni), i temi riguardano il calcolo e la misura, le origini e il mondo antico e medievale; le strategie didattiche sono il racconto e gli esempi realizzati con materiali e sul quaderno, in piccoli esercizi; il contesto storico è tratteggiato in modo semplice e concreto. Nei primi due anni si tratta di vedere la matematica in un contesto dove hanno spazio le emozioni e le forme più precoci di ricerca di significato e di spiegazione delle cose in modo causale-narrativo (la matematica come qualcosa che bisogna sapere e che è importante nel mondo).

– nelle classi terza, quarta e quinta (8-9-10 anni), i temi riguardano la matematica e il pensiero scientifico, i fondatori greci, la nascita della scienza moderna e il razionalismo scientifico dell'Illuminismo. Di nuovo qui la strategia didattica è il racconto, che si evolve progressivamente per far conoscere agli alunni le fonti della conoscenza storica e per collocare i singoli nomi o esempi in una cornice cronologica semplice ma precisa. Negli ultimi tre anni, l'approccio di questo percorso è *interculturale*, ossia volto a mettere in evidenza il valore antropologico delle idee matematiche, ma anche *storico*, ossia volto a trasmettere ai bambini l'esistenza di un'evoluzione storica attraverso i secoli, con alcuni grandi momenti di svolta e grandi invenzioni. Tuttavia, come abbiamo detto, l'accento è posto meno sulla cronologia e più sulla scelta di capsule coinvolgenti e portatrici di comprensione di questioni matematiche.

Classe	Argomenti	Questioni matematiche collegate
Prima	<p>Preistoria: Le origini della numerazione parlata Numerali in altre lingue</p> <p>Preistoria: le origini della geometria (dar forma ai materiali, la rappresentazione simbolica sulle pareti delle caverne)</p> <p>Dalla preistoria all'invenzione della scrittura: Contrasegni e bullae Gli scribi sumeri</p>	<p>Origini del numero. Vocaboli numerali</p> <p>Origini del numero. Rappresentazione simbolica, scrittura. Origini delle idee geometriche: i solidi, le forme piane, le stelle, la simmetria e l'uguaglianza geometrica.</p> <p>I calcoli nel lavoro e nell'organizzazione sociale</p> <p>Simbolismo numerico, decomposizione dei numeri con la addizione.</p>

Seconda	<p>Matematica in Egitto – i numeri geroglifici</p> <p>– i tenditori delle corde</p> <p>Le misure degli antichi popoli d'Oriente: la lunghezza e le sue unità</p> <p>Gli indiani inventano la scrittura dei numeri che oggi usiamo</p> <p>I numeri in Cina e in America centrale</p> <p>Ipazia di Alessandria</p>	<p>I numeri e il mistero del mondo</p> <p>Simbolismo numerico, decomposizione dei numeri con l'addizione in base 10</p> <p>Concetti primitivi della geometria: punto e retta. Poligoni e loro elementi</p> <p>Basi geometriche della misura (confronto > fra segmenti, congruenza di segmenti, somma di segmenti e doppio, triplo ecc. di un segmento)</p> <p>Simbolismo numerico, principio posizionale, base 10</p> <p>Lo zero</p> <p>Calcoli e misure in altre parti del mondo, simbolismo numerico: basi 10 e 20</p> <p>Donne e matematica</p>
Prima e Seconda	<p>La storia come racconto</p> <p>Piccoli elementi del contesto storico generale</p>	
Terza	<p>Il calendario e le età della storia</p> <p>Gli astronomi babilonesi</p> <p>I matematici greci: Pitagora</p> <p>Prima approssimazione all'invenzione del sistema metrico decimale</p>	<p>Numeri ordinali, i secoli come segmenti su un'asse cronologico</p> <p>Il mistero dei moti ciclici e i presagi</p> <p>La base 60 nella misura del tempo e delle ampiezze degli angoli</p> <p>Filosofia e matematica: la ricerca dei principi del mondo</p> <p>Il numero e l'enigma dell'universo. Numeri figurati.</p> <p>Trasformazioni cambiando le unità di misura e sistemi di misura di lunghezza diversi da quello decimale</p>
Quarta	<p>I numeri romani</p> <p>La matematica è nata nell'antica Grecia</p> <p>Il racconto di Erodoto</p> <p>Talete</p> <p>Il teorema di Pitagora</p> <p>Euclide e Archimede</p> <p>I matematici che scrivevano in arabo nei paesi dell'Islam</p> <p>Leonardo Fibonacci</p> <p>I matematici cinesi</p>	<p>Simbolismo numerico e decomposizione additiva</p> <p>Calcoli e misure nella tecnica</p> <p>La nostra idea di matematica</p> <p>I rapporti fra segmenti, fra angoli, fra figure piane, fra solidi</p> <p>Le uguaglianze fra aree, le prime equazioni</p> <p>Le dimostrazioni matematiche</p> <p>Il cerchio e pi greco, la diagonale del quadrato, i numeri primi</p>
Quinta	<p>La matematica nella nascita della scienza moderna in Europa</p> <p>Keplero, Galileo e Newton</p> <p>I giochi d'azzardo e la probabilità</p> <p>L'Illuminismo: Eulero</p> <p>Monge</p> <p>Le origini del sistema metrico decimale e altre unità di misura</p> <p>Dalle prime calcolatrici al computer moderno</p>	<p>L'elisse</p> <p>Proporzionalità</p> <p>La matematica e il progresso delle scienze e delle tecniche</p> <p>Le proiezioni delle figure solide</p> <p>Le basi geometriche della misura</p>

6. Riferimenti bibliografici

Amato, E. (2010). *Come si scrivono i numeri? Un percorso attraverso la storia e i luoghi del mondo*, Relazione finale inedita in Scienze della Formazione Primaria. Roma: Università Roma Tre.

Borgato, M. T. (2006). *The first applications of the metric system in Italy*. The Global and the Local: The History of Science and the Cultural Integration of Europe. Proceedings of the 2nd ICESHS (Cracow, Poland, September 6-9, 2006). Ed. by M. Kokowski, pp. 430-437.

Cerasoli, A. (2010). *Sono il numero 1*. Milano: Feltrinelli.

Cerasoli, A. (2012). *La grande invenzione di Bubal*. San Dorligo della Valle: Emme Edizioni.

Cerasoli, A. (2013). *La geometria del faraone*. San Dorligo della Valle: Emme Edizioni.

Cerasoli, A. (2015). *Tutti in festa con pi greco*. Firenze/Trieste: Editoriale Scienza.

Chiachiararelli, A. (2018). *Dimmi come contavi e ti dirò chi eri. Piccoli passi di storia del pensiero matematico con i bambini*. Pubblicazioni online del Laboratorio di Matematica per la formazione primaria, http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/matematica_laboratorio.html

Colella, I. (2013). *Raccontiamo di matematica. Un viaggio nel mondo della matematica elementare attraverso storie e racconti*. Relazione finale inedita in Scienze della Formazione Primaria. Roma: Università Roma Tre.

De Castro, A. (2009). *L'incontro con la matematica in classe prima*. Relazione finale inedita in Scienze della Formazione Primaria, Roma, Università Roma Tre.

Denniss, J. (2009). Learning arithmetic: textbooks and their users in England 1500-1900. In E. Robson, & J. Stedall (Eds.). *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (pp. 448-467). Oxford: Oxford University Press.

Donaldson, M. (1978). *Children's minds*. London: Fontana Press (tr. it. *Come ragionano i bambini*, Milano: Springer Verlag Italia, 2010).

Egan, K. (1983a). *Education and psychology. Plato, Piaget and scientific psychology*. Abingdon: Routledge.

Egan, K. (1983b). Accumulating history. *History and Theory*, 22(4), Beiheft 22: The philosophy of history teaching, 66-80.

Enriques, F. (1938). *La matematiche nella storia e nella cultura*. Bologna: Zanichelli.

Gil Clemente, E., & Millán Gasca A. (2016). Integrating history of mathematics with foundational contents in the education of prospective elementary teachers. In L. Radford, F. Furinghetti, & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (pp. 427-440). Montpellier: IREM de Montpellier.

Giusti, E. (2011). *Awa insegna a contare*. Firenze: Il Giardino di Archimede.

Gombrich, E. (2012). *Breve storia del mondo*. Milano: Salani. (Originariamente pubblicato nel 1985)

Gopnik, A. (2010). *Il bambino filosofo*. Torino: Bollati Boringhieri.

Grattan-Guinness, I. (Ed.) (1994). *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. London: Routledge.

- Guzmán, M. de (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
- Israel G., & Millán Gasca, A. (2012). *Pensare in matematica*. Bologna: Zanichelli.
- Israel, G. (2008). *Chi sono i nemici della scienza? Riflessioni su un disastro educativo e culturale e documenti di malascienza*. Torino: Lindau.
- Israel, G. (2009). Nulla e zero tra matematica, filosofia e teologia. In B. D'Amore (cur.), *Matematica, stupore e poesia* (pp. 170-177), Firenze: Giunti.
- Kipling, R. (2011). *Storie proprio così*. Milano: Adelphi.
- Lafforgue, L. (2007). Le calcul à l'école primaire, preprint. Disponibile da www.ihes.fr/~lafforgue/education.html (tr. it. *Il calcolo nella scuola primaria* (2012), disponibile da www.mat.uniroma3.it/users/primaria/Lafforgue_Calcolo%20scuola%20primaria.pdf).
- Love, D. A. (2006). *Of numbers and stars. The Story of Hypatia* (illustrazioni di Pam Paparone). New York: Holiday House.
- Millán Gasca, A. (2011). Il ruolo della storia nell'insegnamento della matematica nella scuola primaria", *Convegno nazionale La storia della matematica in classe: dalle materne alle superiori*. Disponibile da <http://php.math.unifi.it/convegnoistoria/materiali/MillanGasca.pdf>
- Millán Gasca, A. (2015). Mathematics and children's minds: The role of geometry in the European tradition from Pestalozzi to Laisant. *Archives internationales d'histoire des sciences*, 65(2)-175, 261-277.
- Millán Gasca, A. (2016). *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini*. Bologna: Zanichelli.
- Millán Gasca, A. (2017). Zoel García de Galdeano y las matemáticas para niños hacia 1900. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 20 (3), 2017, in corso di stampa.
- Neri F., Millán Gasca A. (2016). The role of the stage presence in teaching mathematics". *13th International Congress on Mathematical Education (Hamburg, July 24-31, 2016), Topic Study Group 45 Knowledge in/for teaching mathematics at primary level, 28 luglio 2016*. (Working paper disponibile da <https://uniroma3.academia.edu/AnaMillánGasca/Conference-Presentations>).
- Pagliaroli, D. (2013). *L'economia per i più piccoli nell'aula di matematica*, Relazione finale inedita in Scienze della Formazione Primaria. Roma: Università Roma Tre.
- Petti, R. (2008a). *Uri il piccolo sumero*. Firenze: Il Giardino di Archimede.
- Petti, R. (2008b). *Ahmose e i 999.999 lapislazuli*. Firenze, Il Giardino di Archimede.
- Postic, M., & de Ketele, J. M. (1988) *Observer les situations éducatives*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Rachele, A. (2014). *Mimesis e matematica nel mondo infantile. Esperienze di formazione fra bambini e adulti*. MimesisLab–Laboratorio di Pedagogia dell'Espressione. Disponibile da http://host.uniroma3.it/laboratori/mimesislab/ri_at_mimesisematematica.php.
- Savino, F. (2017). *Matematica avvincente nella scuola primaria. Un'esperienza sul campo*. Pubblicazioni online del Laboratorio di Matematica per la formazione primaria, http://www.mat.uniroma3.it/users/primaria/matematica_laboratorio.html.
- Scaramuzzo, G. (2010). *Paideia mimesis. Attualità e urgenza di una riflessione inattuale*. Roma: Anicia.

Scaramuzzo, G. (2013). Mimesis: dalla riflessione teoretica alla prassi educativa. *Studi sulla formazione*, 1, 227-238.

Scaramuzzo, G. (2016). Aristotle's *homo mimeticus* as an Educational Paradigm for Human Coexistence. *Journal of Philosophy of Education*, 50(2), 246-260.

Schmandt-Besserat, D. (1999). *The history of counting*. New York: Morrow Junior Books.

Smith, D. E. (1919). *Number stories of long ago*. Boston: Ginn and Company.

Smith, D. E., & Ginsburg, J. (1937). *Number and numerals. A story book for young and old*. New York: Teachers College, Columbia University (ristampa, Washington: National Council of Teachers of Mathematics, 1956).

Usai, L. (2008). *I nostri amici Greci: Pitagora il "mago" dei numeri e quel "pignolo" di Euclide*, Relazione finale inedita. Roma: Università Roma Tre.

Van Manen, M. (2016). *Researching Lived Experiences: Human Science for an Action Sensitive Pedagogy*. London and New York: Routledge.

Zippel, N. (2017). *I bambini e la filosofia*. Roma: Carocci.

Received October 8, 2017

Revision received December 4, 2017/December 9, 2017

Accepted January 7, 2018